Lycée secondaire Sbeïtla
décembre 2016
durée 2h

Devoir de synthèse N1

Niveau : 3 inf
Prof : Missaoui Lazhar
épreuve : mathématiques

Exercice N 1(3,5 points)

1) Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes

f$(x) = 2x^3 - x$; g$(x) = \frac{x^2}{|x|-3}$; h$(x) = \sqrt{5-x}$

2) Montrer que f est impaire
3) Montrer que g est paire

Exercice N2 (3,5 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $x^2 - 2x + 5$

1) a) Montrer que pour tous réels a et b on a f(b) –f(a) = (b—a) (b + a—2)
   b) Déduire qui f est croissante sur $[1\ ;\ +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty\ ; 1]$
   c) Montrer que la droite Δ d'équation x= 1 est un axe de symétrie de la courbe de f

Exercice 3 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x)=\begin{cases} \frac{2x-1}{x+2} & \text{si} \quad x < -3 \\ x^2 + x - 6 & si \quad -3 \le x < 1 \\ -5x + \sqrt{x} & \text{si} \quad 1 \le x \end{cases}$$

1) Calculer $\lim_{x \to \frac{1}{2}} f(x)$; $\lim_{x \to 4} f(x)$
2) a) Déterminer $\lim_{x \to -3^+} f(x)$;$\lim_{x \to -3^-} f(x)$
   b) La fonction f admet $-elle\ une\ limite\ en\ -3$? justifier
3) Montrer que f est continue à gauche en 1
4) Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $[1\ ;\ +\infty[$ et $]-\infty\ ;\ -3[$

EXERCICE N 4 (8 POINTS)

I. 1) calculer E= $\tan(\frac{2\pi}{7}) + \tan(\frac{\pi}{4}) + \tan(\frac{5\pi}{7})$

2) Simplifier l'expression F = $\tan(x + 18\pi) + \tan(x - 29\pi) + \tan(53\pi - x)$

II. Soient A(x)= $3-4cos^2x$ et B$(x) = 2sin^2x + 5sinx - 3$; $x \in \mathbb{R}$

1) a) Calculer A $(\frac{2\pi}{3})$ et A(π)

b) Montrer que A $(x) = 4sin^2x - 1$

c) Déduire que A$(x) = (2\sin x - 1)\ (2sinx + 1)$

2) a) Montrer que B $(x) = (\ 2\ sinx - 1)(sinx + 3)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'équation B$(x) = 0$

3) On pose C $(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D de la fonction C

b) Simplifier C (x) pour $x \in D$