LYCEE SBEITLA

✧✧✧

05/11/2014

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Devoir de contrôle n°1

✧✧✧

SECTION : 4 EME ℘ S.INFORMATIQUES ℘
PROF: ELBELLILI MOHAMED
DUREE: 2 heures

EXERCICE N°1:(4 pts)

Dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on a représentée ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur IR telle que :

- La courbe $\mathscr{C}$ admet une branche parabolique de direction $\left(O, \vec{j}\right)$ au voisinage de $+\infty$
- La droite D est une asymptote à $\mathscr{C}$ au voisinage de $-\infty$
- T est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1

1) Par une lecture graphique répondre aux questions suivantes:

a- Déterminer les limites suivantes :

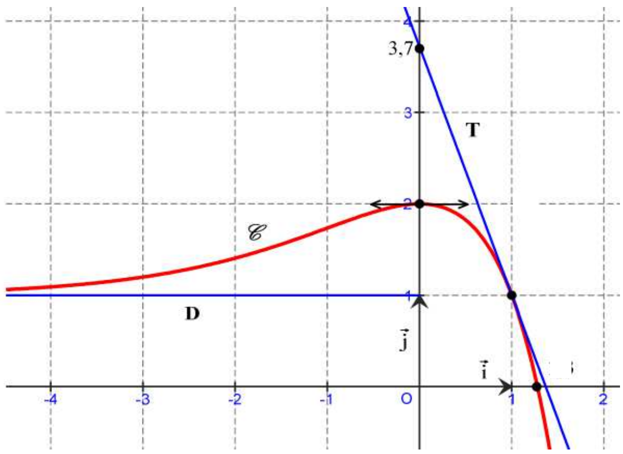
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

b- Déterminer f(1), f '(1) et f '(0).

c- Dresser le tableau de variation de f

2) Déterminer une équation de T.

3) Calculer $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{f(x)-1}{x-1}$.



EXERCICE N°2:(8 pts)

1) a- Ecrire sous forme algébrique $(2+i)^2$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2-(2+3i)z-2+2i=0$.

2) Soit l'équation (E) : $z^3-(3+3i)z^2+5iz+2-2i=0$.

a- Vérifier que 1 est une racine de (E).

b- Montrer que $z^3-(3+3i)z^2+5iz+2-2i=(z-1)\left(z^2-(2+3i)z-2+2i\right)$

c- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

3) Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

Soient les points A, B, C et D d'affixes respectives: $z_A=i$; $z_B=1-i$; $z_C=2+2i$ et $z_D=3$.

a- Calculer $\text{Aff}\left(\overrightarrow{AB}\right)\times\overline{\text{Aff}\left(\overrightarrow{AC}\right)}$

b- En déduire la nature du triangle ABC.

c- Placer les points A, B , C et D.

d- Montrer que ABDC est un carrée.

e- Calculer l'aire S de ABDC

Voir suite au verso

<u>EXERCICE N°3:</u>(8 pts)

1) Soit la fonction g définie sur IR par: $g(x) = x + \sin 2x$

   a- Montrer que pour tout x de IR, on a : $x - 1 \le g(x) \le x + 1$.

   b- En déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{g(x)}{x} & \text{si } x > 0 \\ x^5 + x^3 + 3 & \text{si } x \le 0 \end{cases}$

   On désigne par (C) sa courbe représentative dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

   a- Montrer que f est continue en 0.

   b- Montrer que f est continue sur IR

   c- Montrer que pour tout $x > 0$, on a : $\dfrac{x - 1}{x} \le f(x) \le \dfrac{x + 1}{x}$.

   d- En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f \circ g(x)$

4) a- Montrer que f est croissante sur $\left]-\infty, 0\right]$.

   b- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in \left[-2, -1\right]$.

5) a- Montrer que f réalise une bijection de $\left]-\infty, 0\right]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   b- Montre que f^{-1} est dérivable en 1et déterminer $\left(f^{-1}\right)'(1)$.

***** Bon travail *****