Lycée Sbeïtla Devoir de contrôle N°3 Mathématiques	Prof : El béllili.* M^{ed} - Classes : 2ème Sciences Date: 01/02/ 2016 - Durée : 1heure

Exercice n°1(4pts)

Les questions 1), 2) ,3) et 4) sont indépendantes

1) déterminer le reste de la division euclidienne de 29724583613 par 11
2) Déterminer le chiffre a telle que 582a soit divisible à la fois par 4 et 3.
3) Montrer que $3^{2016} - 3^{2011}$ est divisible par 242.
4) Soit x = 4n + 1 et y = 5n + 2, où n est un entier naturel.
   Soit d un diviseur commun de x et y.
   a- Montrer que d divise 20n + 5 et 20n + 8.
   b- En déduire que d divise 3.
   c- Déterminer les valeurs possibles de d.
   d- Montrer alors que 4001 et 5002 sont premier entre eux.

Exercice n°2(4pts)

(U_n) est une suite arithmétique définie sur IN, telle que $U_0 = 3$ et $U_3 = 21$.

1) a- Montrer que la raison de cette suite est r = 6.
   b- Calculer U_{2016}
2) Soit la somme $S = U_0 + U_1 + ... + U_n$; $n \in \mathbb{N}$.
   a- Montrer que $S = 3(n+1)^2$.
   b- Déterminer l'entier n pour que S = 4107

Exercice n°3(5 pts)

Soit (U_n) une suite définie sur IN par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 2U_n - 1$, pour tout $n \in$ IN

1) a- Calculer U_1 et U_2.
   b- Montrer que la suite (U_n) est ni arithmétique ni géométrique.
2) On pose pour tout n $\in$ IN : $V_n = U_n - 1$.
   a- Calculer V_0.
   b- Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison : q = 2.
   c- Calculer V_6 puis déduire U_6.

Exercice n°4(7 pts)

On considère un triangle ABC tel que BC = 6 cm. O le milieu de [BC]

Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $-\frac{1}{2}$.

1) Construire le point I = h(B).
2) La parallèle à (BC) passant par I coupe (AC) en J
   a- Déterminer h(AC) et h(BC).
   b- En déduire que h(C) = J.
   c- Montrer alors que IJ = 3 cm
3) Soit K le milieu de [IJ]. Montrer que O, A et K sont alignés.
4) Soit (Γ) le cercle de centre O et passant par A. Construire (Γ') limage de (Γ) par h.

*****

Bon travail

Soit ABCD un carré.

1) Construire les points I et O tels que : $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{DI} = -2\overrightarrow{OI}$

2) Soit h l'homothétie de centre O et tel que h(D) = I

a) Déterminer le rapport de h

b) Construire le point J = h(A) et prouver que (AB) $\perp$ (IJ)

3) La droite Δ passant par J et parallèle à (AC) coupe (AB) en L

a) Déterminer h(AC) et h(DC)

b) Déduire que les points O, L et C sont alignés et que IJ = IL

4) Soit K le point tel que JILK est un carré. Montrer que h(B) = K

Soit ABC un triangle tel que BC = 8, AC = 7 et AB = 5 (unité = le cm).

Soient I le barycentre des points pondérés (A, 3) et (C, 1).

La parallèle à la droite (BC) en I coupe le segment [AB] en J.

On désigne par h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{4}$.

1) a) Déterminer h (B) et h(C).

b) Montrer que h (BC) = (IJ) et que IJ = 2 cm.

2) Soit K = B * C et la droite (AK) coupe le segment [IJ] en E.

a) Montrer que h (K) = E.

b) Quelle est l'image du cercle (C) de diamètre [BC] par h ?

On considère la suite U définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 3U_n + 2n + 1 \; pour \; tout \; n \in IN \end{cases}$

1) $a/$ Calculer U_1 et U_2 .

   $b/$ Vérifier qua la suite U n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2) On pose, pour tout $n \in IN$, $V_n = U_n + n + 1$.

   $a/$ Calculer V_0 et V_1 .

   $b/$ Montrer que V est une suite géométrique de raison 3

   $c/$ Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

3) On pose, pour tout $n \geq 2$, $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$

   et $S'_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.

   Exprimer S_n et S'_n en fonction de n.

Soit u la suite définie sur ℕ par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 1 \end{cases}$.

1) **a)** Calculer u_1 et u_2 .

   b) Déduire que la suite u est ni arithmétique ni géométrique.

2) soit v la suite définie sur ℕ par : $v_n = u_n - \frac{3}{2}$.

   a) montrer que la suit v est géométrique et calculer sa raison et son premier terme.

   b) Déduire v_n puis u_n en fonction de n .

3) **a)** calculer la somme $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{10}$.

   b) Déduire la somme $S' = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

Soit la suite U définie par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 2U_n - 1$ avec $n \in$ □

1/a) Calculer : U_1 et U_2

b) La suite U est-elle une suite arithmétique ? Est-elle une suite géométrique ?

2/On pose $V_n = U_n - 1$ pour $n \in$ □

Montrer que $V_{n+1} = 2V_n$. Quelle est la nature de la suite V.

3/a- Exprimer V_n en fonction de n .

b-En déduire U_n en fonction de n.

c- Calculer U_{10}.

4/ On pose : $S = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots + V_{n-1}$.

$S' = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_{n-1}$.

Exprimer S puis S' en fonction de n

I- Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = U_n + 2n + 3 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) a- Calculer U_1 et U_2

b- la suite U est elle arithmétique ? Géométrique ?

2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$ $V_n = U_n - n^2$

a- Calculer V_0 et V_1

b- Montrer que pour tout $n \in N$ on a $V_{n+1} = 2 + V_n$; Conclure

3) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n

4) On pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots\dots + V_{n-1}$; Calculer S_n en fonction de n

Les questions 1),2) et 3) sont indépendantes.

1) Déterminer les chiffres a et b pour que le nombre $926ab$ soit divisible par 11 et par 25.
2) On pose : $x = 5n + 2$ et $y = 3n - 2$. où $n \in IN$.
   $a/$ Montrer que : si un entier d divise x et y, alors d divise 16.
   $b/$ En déduire $pgcd(2998\ ,5002)$.

3) Soit p un entier naturel.
   $a/$ Montrer que $p(\,p + 1)$ est divisible par 2.
   $b/$ Montrer que : si n est un entier naturel *impair*, alors $n^2 - 1$ est divisible par 8.

Soit n un entier naturel, on pose $x = 6n + 15$ et $y = 2n + 3$.

1) Soit d un entier naturel non nul. Vérifier que $x - 3y = 6$ puis déduire que si d divise x et

2) divise aussi y alors d divise 6.

3) En déduire les valeurs possibles des diviseurs communs de x et y.

4) On pose $A = \frac{x}{y}$.

a) Vérifier que $A = 3 + \frac{6}{2n+3}$.

b) Déduire les valeurs de n pour que A soit un entier naturel.

1) Déterminer le reste de la division euclidienne par 11 de chacun des nombres suivants: 1708 ; 6192

2) Déterminer les chiffres a et b pour que le nombre $13a45b$ soit divisible par 3 et 4.

3) Montrer que $3^{2010} - 3^{2008}$ est divisible par 3 et 8.

4) On considère le polynôme $P(x) = x^3 - x^2 - x - 2$.

a) Vérifier que $P(x) = (x-2)(x^2 + x + 1)$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

Soit la suite U définie par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 2U_n - 1$ avec $n \in$ □

1/a) Calculer : U_1 et U_2

b) La suite U est-elle une suite arithmétique ? Est-elle une suite géométrique ?

2/On pose $V_n = U_n - 1$ pour $n \in$ □

Montrer que $V_{n+1} = 2V_n$. Quelle est la nature de la suite V.

3/a- Exprimer V_n en fonction de n .

b-En déduire U_n en fonction de n.

c- Calculer U_{10}.

4/ On pose : $S = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots.. + V_{n-1}$.

$S' = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots\ldots + U_{n-1}$.

Exprimer S puis S' en fonction de n

Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ est un parallélogramme de centre O

et H est le projeté orthogonal du point B sur la droite (AC) .

1) Construire les points suivants :

a) A' le symétrique du point B par rapport à A

b) B' le symétrique du point B par rapport à la droite (AC)

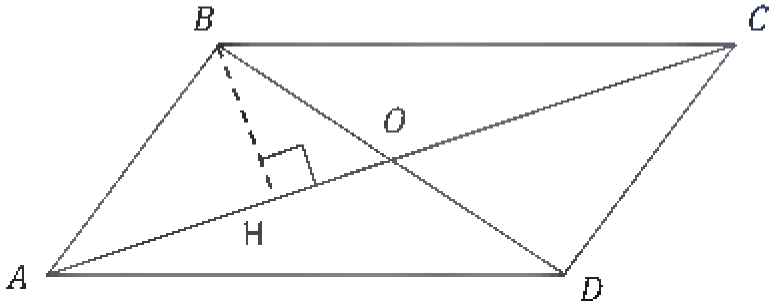
2) Soit h l'homothétie de centre B et de rapport 2

a) Déterminer $h(A)$, $h(H)$ et $h(O)$. Justifier votre réponse.

b) Construire le point $C' = h(C)$

c) Montrer que les points A' , B' , D et C' sont alignés.

d) Montre que l'aire du parallélogramme $ABCD$ est la moitié de l'aire du triangle $BA'C'$.



Soit u_n une suite réelle définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = 3u_n + 8 \end{cases}$ $n \in IN$

1) a) Calculer u_1 et u_2

b) Déduire que u_n ni suite arithmétique ni suite géometrique

2) Soit v_n une suite définie sur IN par $v_n=u_n+4$

a) Montrer que v_n est une suite géometrique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Ecriver v_n puis u_n en fonction de n

3) Soit w_n une suite définie sur IN par $w_n = v_n + 3n - 1 - 3^n$

Montrer que w_n est une suite arithmétique

4)Soit $S=v_0+v_1+v_2+.....v_n$ et $S'=w_0+w_1+w_2+......w_n$. Ecriver S et S' en fonction de n