

Epreuve :
Mathématiques

Durée : 2 heures

Lycée de Sbeïtla
Devoir de synthèse N°3
Classes : 2^{ème} Technologie de l'informatique

Année scolaire : 2014 // 2015

Professeur :
Elabidi Zahi

Exercice 01

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé : (O, \vec{i}, \vec{j})

N°	Questions	Réponses		
		a	b	c
1	L'hyperbole d'équation $y = \frac{5x+1}{4x+2}$ est de centre :	$\Omega\left(\frac{4}{5}; -\frac{1}{2}\right)$	$\Omega\left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{2}\right)$	$\Omega\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$
2	La parabole d'équation $y = -x^2 + 4x + 1$ est sommet :	S(2;5)	S(-2;-11)	S(0;1)
3	Soient Δ et Δ' deux droites telles que : $\Delta : y = mx + p$ et $\Delta' : y = m'x + p'$ alors : Δ et Δ' sont perpendiculaires si et seulement si	$mm' = 1$	$mm' = -1$	$m = m'$

Exercice 02

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) a) Déterminer l'ensemble de définition D de f .

b) Vérifier que pour tout réel x de D ; $f(x) = 2 + \frac{1}{x-2}$.

c) Que peut on dire de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ ou $-\infty$?

2) a) Montrer que f est décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty; 2[$ et $]2; +\infty[$.

b) Tracer (C)

c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 1$.

3) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{2|x|-3}{|x|-2}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de g

b) Montrer que g est paire.

c) Montrer que pour tout réel $x \in [0; +\infty[\setminus \{2\}$; $g(x) = f(x)$.

d) Tracer alors la courbe (C') de g dans le même repère que (C)

Exercice 03

Pour tout $x \in [0; \pi]$; on considère l'expression $f(x) = -2\sin^2 x - \cos x + 1$.

- 1) Calculer $f(0)$; $f(\frac{\pi}{2})$; $f(\frac{\pi}{3})$.
- 2) a) Montrer que: $f(x) = 2\cos^2 x - \cos x - 1$.
b) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'équation $f(x) = 0$

Exercice 04

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points $A(-5; 7)$ et $B(1; 5)$

- 1) a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)
b) Calculer la distance du point O à la droite (AB)
c) En déduire l'aire du triangle OAB
- 2) Soit l'ensemble $\zeta = \{M(x, y) \text{ tel que: } x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0\}$.
 - a) Montrer que ζ est le cercle de centre $I(-2; 4)$ et de rayon $3\sqrt{2}$.
 - b) Vérifier que le point A appartient à ζ
 - c) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ tangente à ζ au point A.
 - d) Montrer que les droites Δ et (OB) sont sécantes en un point M que l'on déterminera

Que Dieu soit à l'aide de tous