**Epreuve :**

**Mathématiques**

Durée : 2 heures

# Lycée de Sbeïtla
# Devoir de synthèse N°1
**Classes : 2ème Technologie de l'informatique**

Année scolaire : 2014 // 2015

**Professeur :**

**Elabidi Zahi**

## Exercice 01 : (3 points)

**Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte L'élève doit indiquer sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie Aucune justification n'est demandée**

1) Si f et g sont deux polynômes de degrés respectifs n et p alors le degré de $f \times g$ égal à :
   a) $n \times p$ b) $n + p$ c) $n - p$
2) Si f est un polynôme de degré n, $(n \geq 2)$ alors f admet :
   a) Au plus n racines b) Exactement n racines c) Au moins une racine

3) Si $\alpha$ est une racine d'un polynôme non nul f alors f est factorisable par :
   a) $x + \alpha$ b) $\alpha x$ c) $x - \alpha$

## Exercice 02 : (7 points)

1) On considère le polynôme P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^2 - 5x + 6$
   a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$
   b) Déterminer le signe de $P(x)$
   c) Déterminer alors l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{P(x)}$
2) On considère le polynôme G définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$
   a) Vérifier que $(-1)$ est une racine de G
   b) Déterminer les réels a, b et c tels que $G(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$
   c) Résoudre alors l'équation $G(x) = 0$
3) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction H définie par $H(x) = \dfrac{G(x)}{x-1}$
4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $H(x) \geq 0$

## Exercice 03 : (6 points)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 5$

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$

1) Construire le point G barycentre des points pondérés $(A;3)$ et $(B;2)$
2) Soit H le barycentre des points pondérés $(A;3)$ , $(B;2)$ et $(C;1)$
   a) Montrer que H est le barycentre des points pondérés $(G;5)$ et $(C;1)$
   b) Montrer que H est le barycentre des points pondérés $(I;2)$ et $(J;1)$
   c) En déduire une construction simple de H

3) La droite $(AH)$ coupe $(BC)$ en K

Montrer que K est le barycentre des points pondérés $(A;1)$ et $(H;-2)$

4) a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=6\overrightarrow{MH}$

b) Déterminer les ensembles suivants :

$$\Delta=\left\{M\in \text{plan tel que} : \left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{2MH}\right\|\right\}$$

$$\zeta=\left\{M\in \text{plan tel que} : \left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=2\right\}$$

## Exercice 04 : (4 points)

Soit ABCD un carré

On désigne par $\zeta$ et $\zeta'$ les cercles de centres respectifs A et C et passants par D

1) a) Déterminer $t_{\overrightarrow{AC}}(A)$

b) Montrer que $t_{\overrightarrow{AC}}(\zeta)=\zeta'$

2) Soit $\Delta$ la parallèle à $(AC)$ passant par D

$\Delta$ recoupe $\zeta$ en M et $\zeta'$ en N

a) Déterminer $t_{\overrightarrow{AC}}(\Delta)$

b) Montrer que $t_{\overrightarrow{AC}}(M)=D$ et $t_{\overrightarrow{AC}}(D)=N$

3) Soit $\Delta'$ la tangente à $\zeta$ en M .Montrer que $t_{\overrightarrow{AC}}(\Delta')=(AD)$