Épreuve : Mathématiques Durée : 2H	**Devoir de contrôle n°1** ◉○◉○◉ **3ème Maths**	Professeur : Dhaouadi Nejib

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{x+2} & si \quad x<-3\\ x^2+2x & si \quad -3\le x\le 0\\ \dfrac{4x}{x+1} & si \quad x>0\end{cases}$

*Sur la feuille annexe on a tracé, dans un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j})$, une partie de la courbe représentative **C** de la fonction f et ces deux asymptotes d'équations : $y=1$ et $y=4$.*

1) *Compléter, sur la feuille annexe (Figure 1), le traçage de la courbe **C**.*
2) *Etudier, à l'aide d'un calcul, la continuité de f en -3 et 0.*
3) *Donner, graphiquement, un minorant et un majorant de la fonction f.*
   Préciser les extréma éventuels de f sur $\mathbb{R}$.
4) *Donner graphiquement le signe de $f(x)$ pour tout réel x.*
5) *Discuter, graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $f(x)=m$.*

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(-1)^{E(x)}(x-E(x))$ où E désigne la fonction partie entière.

1) *Montrer que pour tout réel x; $-1<f(x)<1$.*
2) a) *Expliciter $f(x)$ sur chacun des intervalles $[-2,-1[$, $[-1,0[$, $[0,1[$ et $[1,2[$.*
   b) *Tracer la courbe représentative de la restriction de f à l'intervalle $[-2,2]$ dans un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j})$ donné en annexe (Figure 2).*

Exercice 3

Soient O et H deux points du plan tels que $OH=4$
*On désigne par **C** le cercle de centre O et de rayon 3*
On note Δ la perpendiculaire à (OH) passant par H.
*Les tangentes au cercle **C** issues d'un point quelconque M de Δ, coupent ce cercle en A et B.*
La droite (AB) coupe (OM) en N et (OH) en I.

1) *Justifier la construction de A et B et faites une figure.*

2) a) Calculer $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OB}$.

b) En déduire que les droites (OM) et (AB) sont perpendiculaires.

3) a) Montrer que $\overrightarrow{OI}\cdot\overrightarrow{OH}=9$.

b) Que peut-on déduire pour le point I ?

4) Sur quel ensemble varie le point N quand M varie sur Δ?

Exercice 4

Soient $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ deux cercles de centres respectifs O et O' et tangents interieurement en un point A. $[Ax)$ une demi-droite qui recoupe $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ respectivement en B et B' et $[Ay)$ une demi-droite qui recoupe $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ respectivement en C et C' de façon que $[BC]$ ne soit pas un diamètre du cercle $\mathcal{C}$.

La droite (AO) recoupe $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ respectivement en E et E'.

1) Montrer chacun des résultats suivants :

a) $(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{O'B'},\overrightarrow{O'C'}})\quad[2\pi]$.

b) $(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OE}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{O'B'},\overrightarrow{O'E'}})\quad[2\pi]$.

c) $(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{O'B'}}) \equiv 0\quad[2\pi]$.

et déduire que les droites (OB) et $(O'B')$ sont parallèles.

d) Les droites (OC) et $(O'C')$ sont parallèles.

Ainsi que les droites (BC) et $(B'C')$ sont parallèles.

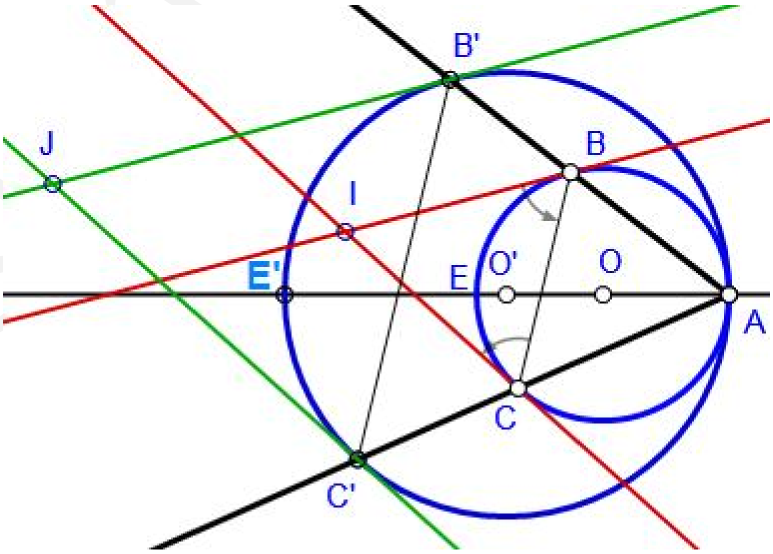
2) Les tangentes à $\mathcal{C}$ en B et C se coupent en I et les tangentes à $\mathcal{C}'$ en B' et C' se coupent en J.

a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CI}})\ [2\pi]$ et que $(\widehat{\overrightarrow{B'J},\overrightarrow{B'C'}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{C'B'},\overrightarrow{C'J}})\quad[2\pi]$.

b) En déduire que les droites (OI) et $(O'J)$ sont parallèles.

c) En considérant une homothétie convenablement choisie, montrer que les points A, I et J sont alignés.

3) Montrer que le point I appartient au cercle circonscrit au triangle OBC.



Feuille à rendre avec la copie

Nom et prénom : ....

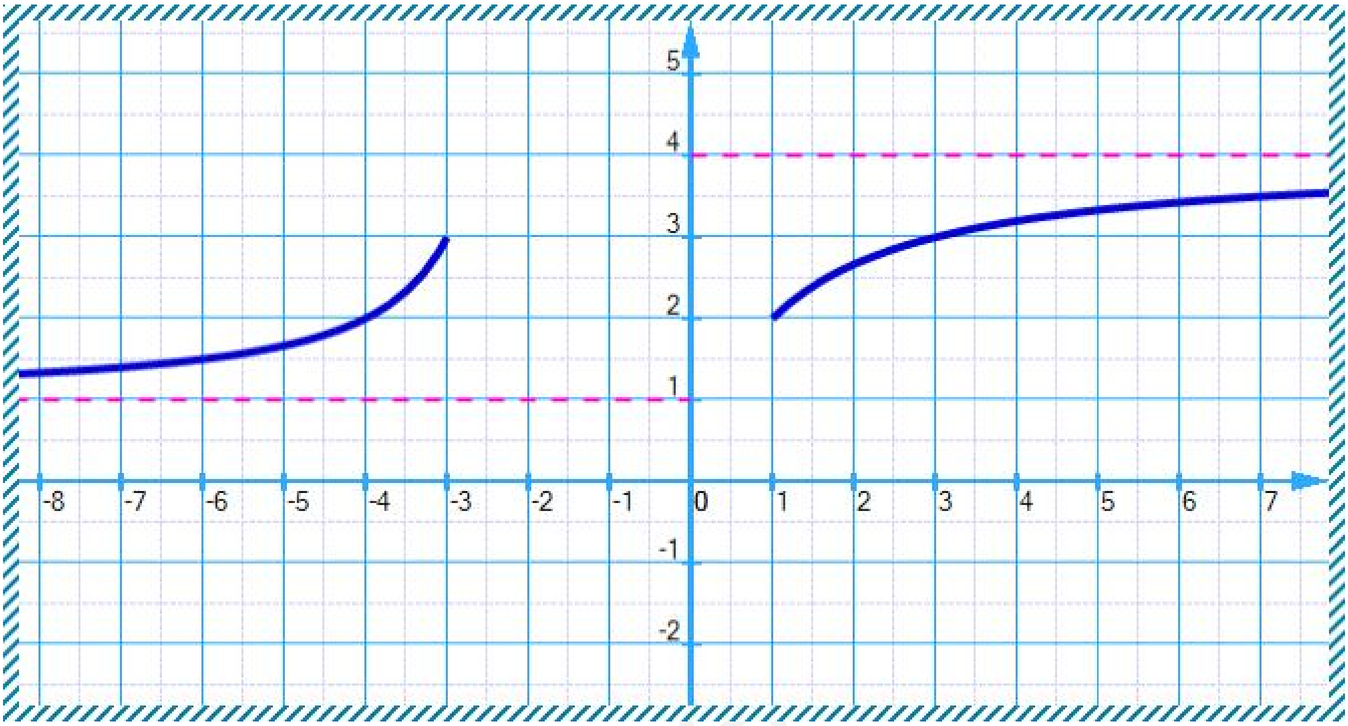


Figure 1

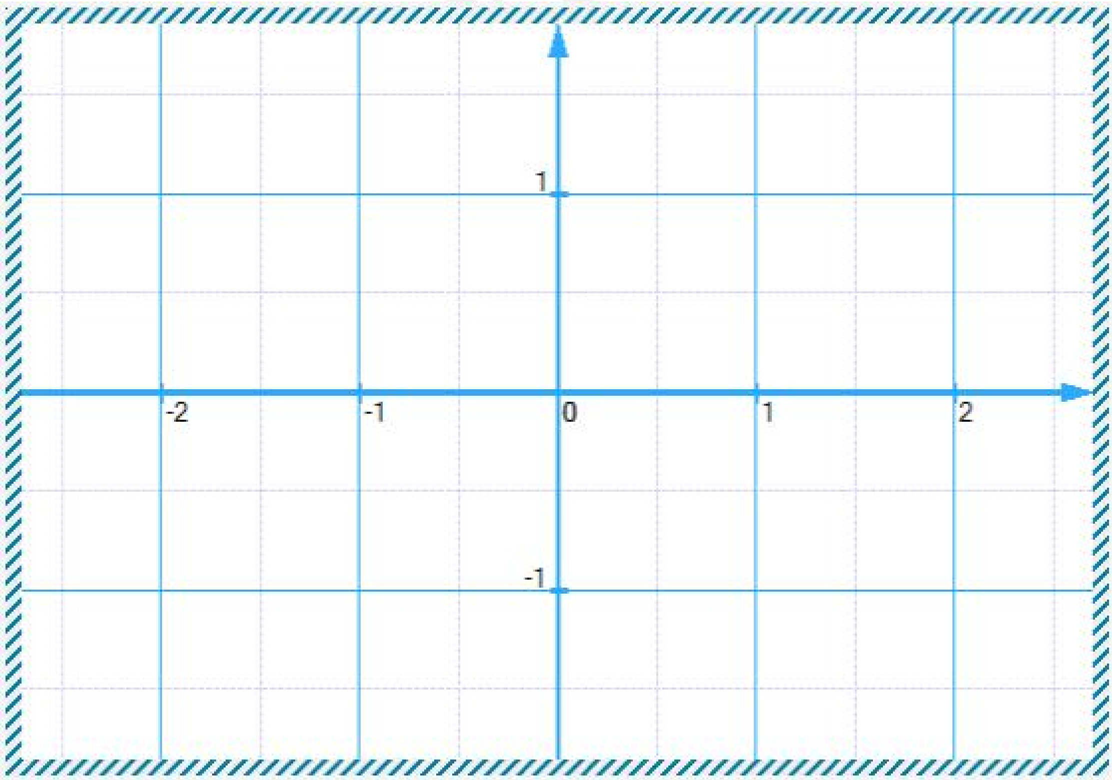


Figure 2