LIVRE II. LE PREMIER DEGRÉ

NEUVIÈME LEÇON

ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ A UNE INCONNUE

I. DÉFINITIONS ET GÉNÉRALITÉS

129. Définitions. — ***On appelle équation une égalité qui n'est vérifiée que pour certaines valeurs des lettres qui y figurent.***

Ces lettres sont les inconnues de l'équation.

1er EXEMPLE. — L'égalité $x^2 - 10 = 3x$

est une *équation à une inconnue*. Les deux membres deviennent égaux si on attribue à l'inconnue x la valeur $+5$. Cette valeur s'appelle *solution ou racine de l'équation proposée.*

2e EXEMPLE. — L'égalité $3x - 2y = 8$

est une *équation à deux inconnues*. Ses deux membres deviennent égaux si on attribue à x la valeur $+2$ et à y la valeur -1.

Le système de valeurs $\begin{cases} x = +2 \\ y = -1 \end{cases}$ est une *solution de l'équation.*

On appelle solution d'une équation tout système de valeurs attribuées aux inconnues pour lequel les deux membres de l'équation ont même valeur numérique.

130. Résolution d'une équation. — ***Résoudre une équation c'est en trouver toutes les racines ou toutes les solutions.***

Les théorèmes sur les égalités (nos 47 à 50) permettent de transformer une équation en une autre équation admettant les mêmes solutions. Étant donnée une équation on peut :

1° *Réduire séparément les deux membres de l'équation.*

2° *Ajouter ou retrancher une même expression aux deux membres de l'équation* et par suite supprimer les termes communs aux deux membres, ou transposer un terme d'un membre dans l'autre, à condition de changer son signe.

3° *Multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre non nul*, et par suite, simplifier une équation en divisant tous ses termes par un même nombre ou chasser les dénominateurs numériques en multipliant tous les termes par un multiple commun des dénominateurs.

— On dirige les calculs de façon à obtenir les solutions et par suite à résoudre l'équation.

131. Remarques. — 1° Lorsqu'on multiplie les deux membres d'une équation par une expression qui contient l'inconnue, l'équation obtenue peut admettre des racines qui ne vérifient pas l'équation primitive.

Soit l'équation : $$3x - 2 = 0. \qquad (1)$$

Multiplions les deux membres par $x - 1$

$$(3x - 2)(x - 1) = 0. \qquad (2)$$

On vérifie que $x = 1$ est racine de l'équation (2) mais pas de l'équation (1). On dit que *cette racine est étrangère à l'équation initiale.*

2° Lorsqu'on divise les deux membres d'une équation par une expression qui contient l'inconnue, l'équation primitive peut admettre des racines qui ne vérifient pas la nouvelle équation.

Soit l'équation : $$x^3 - 2x = 3x. \qquad (1)$$

Divisons les deux membres par x :

$$x^2 - 2 = 3 \qquad (2)$$

On vérifie que $x = 0$ est racine de l'équation (1) et non de l'équation (2).

132. Équations entières. — ***On appelle équation entière une équation dont les deux membres sont des polynômes.***

En faisant passer tous les termes dans le premier membre, l'autre se réduit à zéro. Le degré, par rapport à l'ensemble des inconnues, du polynôme réduit obtenu dans le premier membre est ***le degré de l'équation.***

EXEMPLES :

$3x - 5 = 0$	est du premier degré.
$2x - 3y + 4 = 0$	est du premier degré.
$3x^2 - 5x + 2 = 0$	est du second degré.
$xy - 3x + 2y - 1 = 0$	est du second degré.

II. ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ A UNE INCONNUE

133. Équation numérique du premier degré. — Rappelons la marche à suivre pour résoudre une telle équation :

EXEMPLE : $$\frac{5x-7}{4}-\frac{9x-4}{5}=2-\frac{3x+11}{8}.$$

Chassons les dénominateurs. Leur P. P. C. M. est 40. Multiplions tous les termes par 40

$$\frac{40\,(5x-7)}{4}-\frac{40\,(9x-4)}{5}=40\times 2-\frac{40\,(3x+11)}{8}.$$

Soit :

$$10\,(5x-7)-8\,(9x-4)=80-5\,(3x+11).$$

Développons :

$$50x-70-72x+32=80-15x-55.$$

Faisons passer tous les termes en x dans le premier membre et les termes connus dans l'autre.

$$50x-72x+15x=70-32+80-55.$$

Réduisons les termes semblables :

$$-7x=63.$$

Divisons les deux membres par le coefficient de x.

Il vient : $x=\dfrac{63}{-7}$ Soit : $x=-9.$

VÉRIFICATION. — Calculons pour $x=-9$, la valeur numérique de chaque membre de l'équation proposée :

1er *membre :* $$\frac{-45-7}{4}-\frac{-81-4}{5}=-\frac{52}{4}+\frac{85}{5}=-13+17=4.$$

2e *membre :* $$2-\frac{-27+11}{8}=2+\frac{16}{8}=2+2=4.$$

Les deux valeurs sont égales. — 9 est donc bien racine de l'équation proposée.

134. Cas général. — Toute équation du premier degré à une inconnue, se ramène après suppression des dénominateurs et réduction des termes inconnus dans un membre et des termes connus dans l'autre, à la forme :

$$ax=b.$$

Pour obtenir x, il faut alors diviser les deux membres par a, opération qui n'est possible que si a n'est pas nul. Distinguons deux cas possibles :

1° $a \neq 0$. Il vient $x = \frac{b}{a}$ racine de l'équation proposée.

2° $a = 0$. L'équation se réduit à $0.x = b$.

Si $b \neq 0$: Aucune valeur de x ne peut vérifier l'équation. On dit que ***l'équation est impossible.***

Si $b = 0$ l'équation se réduit à $0\,x = 0$. Elle est vérifiée quel que soit x. On dit que l'***équation est indéterminée*** (elle se réduit à une identité).

En général, l'équation du premier degré à une inconnue admet une solution et une seule.

Exceptionnellement, elle est impossible ou indéterminée.

Par suite si une équation du premier degré admet deux solutions, elle est indéterminée et elle est vérifiée pour toute valeur de x.

135. Exemple d'équation impossible :

Soit l'équation : $5(x - 1) - 3x = 2x + 3.$

D'où : $5x - 5 - 3x = 2x + 3$

$$5x - 3x - 2x = 5 + 3.$$

Soit : $0x = 8$ donc *impossibilité.*

L'équation s'écrit d'ailleurs $2x - 5 = 2x + 3$ manifestement impossible.

136. Exemple d'équation indéterminée :

$$\frac{x+1}{3} - \frac{2x+1}{5} + \frac{x+4}{6} = \frac{x+8}{10}.$$

Chassons les dénominateurs, en multipliant tous les termes par 30.

$$10(x + 1) - 6(2x + 1) + 5(x + 4) = 3(x + 8)$$

$$10x + 10 - 12x - 6 + 5x + 20 = 3x + 24.$$

Transposons : $10x - 12x + 5x - 3x = -10 + 6 - 20 + 24.$

Soit : $0x = 0$ *équation indéterminée.*

On vérifie que $x = 2$, $x = 5$ par exemple, sont solutions de l'équation proposée.

***137. Équations paramétriques.** — On désigne ainsi, des équations où figurent, outre les inconnues, des lettres appelées *paramètres* dont la valeur est supposée connue.

Une équation paramétrique à une inconnue se résout de la même façon qu'une équation numérique. Toutefois, il est bon d'étudier pour quelles valeurs des paramètres l'équation est impossible ou indéterminée. C'est ce qu'on appelle *discuter l'équation.*

***138.** EXEMPLE I. — *Résoudre et discuter l'équation :*

$$2(m-1)x - m(x-1) = 2m+3.$$

Développons :

$$2mx - 2x - mx + m = 2m + 3$$

$$mx - 2x = m + 3.$$

Soit $$(m-2)x = m+3.$$

Le coefficient de x est nul si $m - 2 = 0$ ou si $m = 2$.

1° Si $m \neq 2$ on a $m - 2 \neq 0$ d'où : $x = \dfrac{m+3}{m-2}$.

2° Si $m = 2$ l'équation se réduit à : $0.x = 5$. Elle est impossible.

***139.** EXEMPLE II. — *Résoudre et discuter l'équation :*

$$m^2(x-1) + 3mx = (m^2+3)x - 1.$$

Développons : $m^2x - m^2 + 3mx = m^2x + 3x - 1.$

Transposons : $m^2x + 3mx - m^2x - 3x = m^2 - 1.$

Soit $$3(m-1)x = m^2 - 1.$$

Le coefficient de x s'annule pour $m = 1$.

1° Si $m \neq 1$. Il vient $x = \dfrac{m^2-1}{3(m-1)} = \dfrac{m+1}{3}$.

2° Si $m = 1$. On obtient $0.x = 0$. L'équation est indéterminée.

***140.** EXEMPLE III. — *Résoudre et discuter l'équation :*

$$\frac{4x+2}{3} - \frac{x+b}{a} = \frac{5(x-1)}{6}.$$

Il faut supposer $a \neq 0$ pour que l'équation ait un sens. Multiplions les deux membres par $6a$.

$$2a(4x+2) - 6(x+b) = 5a(x-1)$$

$$8ax + 4a - 6x - 6b = 5ax - 5a$$

$$(8a - 6 - 5a)x = -4a + 6b - 5a.$$

Soit $$(3a-6)x = 6b - 9a.$$

Simplifions par 3 : $$(a-2)x = 2b - 3a.$$

Le coefficient de x s'annule pour $a = 2$.

1° $a \neq 2$. Il vient : $x = \dfrac{2b-3a}{a-2}$.

2° $a = 2$. L'équation se réduit à : $0x = 2b - 6$.

Le second membre est nul si $2b - 6 = 0$ ou $b = 3$.

Si $b \neq 3$, $2b - 6 \neq 0$ l'équation est impossible.

Si $b = 3$, $2b - 6 = 0$ l'équation est indéterminée.

EXERCICES

— Résoudre les équations :

282. $\dfrac{x+7}{4} - \dfrac{x-1}{6} = \dfrac{x+2}{3}$

283. $\dfrac{x+11}{6} + \dfrac{x+15}{8} = \dfrac{2x+19}{9}$

284. $\dfrac{5x-14}{3} + \dfrac{7x-12}{9} = \dfrac{3x-146}{4}$

285. $\dfrac{13x+23}{15} + \dfrac{x-31}{35} = \dfrac{271-x}{21}$

286. $\dfrac{3x+3}{18} + \dfrac{2x-1}{45} = \dfrac{3x-19}{10}$

287. $\dfrac{9x+4}{77} - \dfrac{12x+5}{14} = \dfrac{28x+11}{22}$

288. $\dfrac{x+52}{35} + \dfrac{3x+64}{65} = \dfrac{x+74}{91}$

289. $\dfrac{x+11}{15} - \dfrac{3(x+21)}{85} = \dfrac{5x+139}{51}$

290. $\dfrac{2x+1}{77} - \dfrac{x+6}{88} = \dfrac{x-4}{56}$

291. $\dfrac{7x-132}{95} - \dfrac{5x-22}{209} = \dfrac{3(30-x)}{55}$

292. $\dfrac{(x-1)^2}{3} + \dfrac{(x+3)^2}{6} = \dfrac{(x-2)(x+1)}{2}$

293. $\dfrac{(x+1)^2}{2} - \dfrac{3x+1}{5} = \dfrac{(x-5)(3x+10)}{6}$

294. $\dfrac{(x-2)^2}{12} - \dfrac{(x+1)^2}{21} = \dfrac{(x-4)(x-6)}{28}$

295. $\dfrac{(x+1)^2-(x-2)^2}{9} = \dfrac{(2x-3)^2+35}{4}$

— Résoudre les équations :

296. $12(x+2) - 49 - 17{,}5(x-1) = 30{,}9 + 2{,}5x - 60{,}8.$

297. $13{,}7(x+3) - 73{,}25 + 25{,}8(x-2) = 60{,}5 - 17{,}1(x-0{,}5) + 19{,}83.$

298. $14{,}23x - 36{,}95 - 15(x-5) = 16{,}32 + 3{,}73(x+5) - 35{,}08.$

299. $\dfrac{25x-655}{95} - \dfrac{5(x-12)}{209} = \dfrac{89-3x-\dfrac{2(x-18)}{5}}{11}$

300. $\dfrac{8(x+22)}{45} - \dfrac{7x+149+\dfrac{6(x+12)}{5}}{9} = \dfrac{x+35+\dfrac{2(x+50)}{9}}{5}$

301. $\dfrac{x+\dfrac{2(3-x)}{5}}{14} - \dfrac{5x-4(x-1)}{24} = \dfrac{7x+2+\dfrac{9-3x}{5}}{12} + \dfrac{2}{3}$

302. $\dfrac{(x+3)(x-2)}{10} - \dfrac{(x+2)(x-1)}{14} = \dfrac{(x-3)(x+2)+4}{35}$

303. $\dfrac{(3x+4)(x+4)}{7} - \dfrac{(2x+5)(2x-1)}{11} = \dfrac{(5x+13)(x+20)}{77}$

304. $\dfrac{(x-3)^2}{6} - \dfrac{(x-6)^2}{15} = \dfrac{(x+9)^2}{10} - \dfrac{13x-1}{3}$

305. $\dfrac{3(2x-3)^2}{4} + \dfrac{2(3x-2)^3}{9} + \dfrac{(6x-5)^3}{36} = \dfrac{(2x-3)(3x-2)(6x-5)}{2}$.

— Résoudre et discuter les équations :

306. $3(m+1)x + 4 = 2x + 5(m+1)$

307. $m^2(x+1) = x + m$.

308. $3(m-2)x + m(4x-7) = 3(m-1)$

309. $(m^2-1)x = m(m+1)(m+2)$.

310. $mx + 2(x-m) = (m+1)^2 + 3$

311. $(m+2)x + 4(2m+1) = m^2 + 4(x-1)$

312. $a(ax + 2b^2) - a^3 = b^2(x+a)$

313. $(a+b)^2x + 2a^2 = 2a(a+b) + (a^2+b^2)x$

314. $\dfrac{mx+3}{6} + \dfrac{m^2-1}{2} = \dfrac{x+5}{10} + \dfrac{2}{5}(x + m^2 + 1)$

315. $\dfrac{(x-m)^2}{3} + \dfrac{(x-2m)(x+3)}{2} = \dfrac{(5x-1)(x-4)}{6} - \dfrac{2}{3}(2m-1)(m-1)$

316. $\dfrac{m^2(x+2)^2}{8} - 2(2x+m+1) = (m+1)^2 + \dfrac{m^2(x-2)^2}{8} + 1$

317. $\dfrac{a^6-b^6}{a^3-b^3} + \dfrac{a^3-b^3}{a-b}[2x-(a+b)] = 2\dfrac{a^4-b^4}{a^2-b^2}x$.

318. 1° Résoudre l'équation

$$(x-2)^3 + (x-4)^3 + (x-7)^3 - 3(x-2)(x-4)(x-7) = 0.$$

2° Démontrer l'identité

$$A^3 + B^3 + C^3 - 3ABC = \frac{1}{2}(A+B+C)[(B-C)^2 + (C-A)^2 + (A-B)^2].$$

3° Utiliser l'identité précédente pour résoudre l'équation

$$(x-a)^3 + (x-b)^3 + (x-c)^3 - 3(x-a)(x-b)(x-c) = 0.$$

Retrouver pour $a = 2$, $b = 4$ et $c = 7$ le résultat du 1°.

DIXIÈME LEÇON

ÉQUATIONS SE RAMENANT AU PREMIER DEGRÉ

141. Équations de la forme A.B.C $= 0$.

On sait que pour qu'un produit de facteurs soit nul, il faut et il suffit que l'un des facteurs soit nul (n° 13). Par suite :

Les racines de l'équation A.B.C $= 0$ ***sont les racines des équations :*** $A = 0$, $B = 0$ et $C = 0$.

142. Exemple I. — *Résoudre l'équation :*

$$(x - 2)(3x + 2)(2x - 7) = 0.$$

Cette équation se décompose en trois autres :

$$\left\{\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ 3x + 2 = 0 \\ 2x - 7 = 0 \end{array}\right. \quad \text{D'où les 3 racines :} \quad \left\{\begin{array}{l} x = +2 \\ x = -\dfrac{2}{3} \\ x = +\dfrac{7}{2} \end{array}\right.$$

143. Exemple II. — *Résoudre l'équation :*

$$x^3 - 4x = 0.$$

Ramenons à la forme précédente en décomposant le premier membre en facteurs :

$$x(x^2 - 4) = 0$$

ou

$$x(x + 2)(x - 2) = 0.$$

Cette équation se décompose en trois autres :

$$\left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ x + 2 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}\right. \quad \text{D'où les trois racines :} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \\ x = +2. \end{array}\right.$$

144. EXEMPLE III. — *Résoudre l'équation :*

$$(3x - 5)^2 - (x - 3)^2 = 0.$$

Le premier membre est de la forme $A^2 - B^2$. On peut donc l'écrire sous la forme du produit $(A + B)(A - B)$. Soit :

$$(3x - 5 + x - 3)(3x - 5 - x + 3) = 0$$

ou
$$(4x - 8)(2x - 2) = 0.$$

L'équation se décompose en deux autres :

$$\begin{cases} 4x - 8 = 0 \\ 2x - 2 = 0 \end{cases} \quad \text{D'où les deux racines :} \quad \begin{cases} x = 2 \\ x = 1. \end{cases}$$

145. Équations renfermant l'inconnue en dénominateur.

EXEMPLE I. — *Résoudre l'équation :* $\dfrac{x^2 - 9}{x + 2} = 0.$

La fraction qui constitue le premier membre n'est définie que si son dénominateur $x + 2$ est différent de zéro, donc si $x \neq -2$. Supposons cette condition réalisée. Pour que la fraction soit nulle, il faut et il suffit que son numérateur soit nul. D'où :

$$x^2 - 9 = 0. \qquad \text{Soit} \qquad (x + 3)(x - 3) = 0.$$

Cette équation a pour racines $x = 3$ et $x = -3$. Ces deux valeurs étant différentes de -2 sont racines de l'équation proposée.

— En général :

Les racines de l'équation $\dfrac{A}{B} = 0$ ***sont celles de l'équation*** $A = 0$ ***qui n'annulent pas*** B.

146. EXEMPLE II. — *Résoudre l'équation :* $\dfrac{x + 2}{x - 2} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{x(x - 2)}$

L'équation n'a de sens que si les dénominateurs sont différents de zéro, c'est-à-dire si $x \neq 0$ et $x \neq +2$. Supposons ces conditions réalisées, nous pouvons chasser les dénominateurs en multipliant tous les termes par $x(x - 2)$.

$$x(x + 2) - (x - 2) = 2$$
$$x^2 + 2x - x + 2 = 2.$$

Soit $\qquad x^2 + x = 0 \qquad$ ou $\qquad x(x + 1) = 0.$

D'où les deux valeurs $x = 0$ et $x = -1$.

La valeur $x = 0$ est une des valeurs exclues. Seule $x = -1$ est racine de l'équation proposée.

— La méthode générale qui en découle est donc la suivante :

On chasse les dénominateurs et on résout l'équation entière obtenue. On écarte parmi les racines trouvées, celles qui annulent un des dénominateurs de l'équation initiale.

*ÉQUATIONS IRRATIONNELLES

147. Définition. — ***Une équation irrationnelle est une équation où l'inconnue figure sous un ou plusieurs radicaux.***

Pour résoudre une telle équation, on fait disparaître les radicaux en élevant au carré les deux membres de l'équation. Notons que :

148. ***Lorsqu'on élève au carré les deux membres d'une équation, on peut introduire des solutions étrangères à cette équation.***

Soit une équation $A = B$ et considérons l'équation :

$$A^2 = B^2.$$

Cette dernière s'écrit : $A^2 - B^2 = 0$ ou $(A - B)(A + B) = 0$.

Elle admet donc les solutions des deux équations :

1° $A - B = 0$ ou $A = B$ qui est l'équation initiale.

2° $A + B = 0$ ou $A = -B$ dont les racines sont étrangères à l'équation initiale.

149. Équation renfermant un seul radical. — *Soit à résoudre l'équation:*

$$2x - \sqrt{3x^2 + 1} = 1.$$

Isolons le radical dans le second membre

$$2x - 1 = \sqrt{3x^2 + 1} \qquad (1)$$

Élevons les deux membres au carré :

$$4x^2 - 4x + 1 = 3x^2 + 1 \qquad (2)$$

$$x^2 - 4x = 0$$

Soit $$x(x - 4) = 0.$$

D'où les deux racines de l'équation (2) $x = 0$ et $x = 4$.

On vérifie que seule $x = 4$ est racine de l'équation proposée. $x = 0$ serait racine de l'équation $2x + \sqrt{3x^2 + 1} = 1$.

150. Remarque. — Toute racine de l'équation (2) donne la même valeur absolue aux deux membres de l'équation (1). Comme le second membre de (1) est positif (ou nul), seule convient la racine $x = 4$ pour laquelle le premier membre est également positif.

— En général, si A et B sont deux polynômes :

Les racines de l'équation $A = \sqrt{B}$ ***sont les racines de l'équation*** $A^2 = B$ ***pour lesquelles*** $A > 0$.

Il est inutile de vérifier que, pour les racines ainsi trouvées, l'expression B sous le radical est positive (ou nulle) car sa valeur est égale à celle de A^2 qui ne peut être négative.

151. Équations renfermant plusieurs radicaux. — On réduit le nombre de radicaux en élevant les deux membres au carré, de façon à obtenir finalement une équation entière. Il faut alors vérifier si les racines de l'équation finale obtenue, satisfont ou non, à l'équation proposée.

EXEMPLE. — *Résoudre l'équation :*

$$\sqrt{x+20}-\sqrt{x-4}=2\sqrt{x-1}.$$

Élevons les deux membres au carré :

$$x+20+x-4-2\sqrt{(x+20)(x-4)} = 4(x-1).$$

Simplifions et isolons le radical :

$$2x+16-2\sqrt{(x+20)(x-4)}=4x-4$$

$$10-x=\sqrt{(x+20)(x-4)}.$$

Élevons au carré : $100-20x+x^2=x^2+20x-4x-80$

$$-36x=-180.$$

D'où : $x=5.$

On vérifie que l'équation proposée devient pour $x=5$

$$\sqrt{25}-\sqrt{1}=2\sqrt{4}$$

ou $5-1=2\times 2.$

$x=5$ est donc solution de l'équation proposée.

EXERCICES

Résoudre les équations :

319. $x(x-1)(x+3)=0$

320. $(x+4)(2x+7)(3x+5)=0.$

321. $3x(x-4)(x+5)=0$

322. $(7-x)(4x-3)(5-2x)=0.$

323. $(2x+3)(x^2-49)=0.$

324. $(5-3x)(9x^2-25)=0.$

325. $(x-2)(81x-4x^3)=0$

326. $27x^2(x+3)-12(x^2+3x)=0.$

327. $(9-x^2)(8x^2-50)=0$

328. $(2x+3)(4x-1)=9-4x^2.$

329. $(x+2)^2-x^2+4=0$

330. $(5-2x)(2x+7)=4x^2-25.$

331. $x^3-1+(x-1)(1-x^2)=0$

332. $x^3+27+(x+3)(x-9)=0.$

333. $(x+5)^2-(2x-3)^2=0$

334. $(2x+7)^2-9(x+2)^2=0.$

335. $4(2x+7)^2-9(x+3)^2=0$

336. $(4x^2-3x-18)^2-(4x^2+3x)^2=0.$

337. $(5x^2+3x-2)^2=(4x^2-3x-2)^2.$

338. $(3x + 2)(x^2 - 1) = (9x^2 - 4)(x + 1)$.

339. Former un polynôme du 3ᵉ degré s'annulant pour $x = 1$, $x = -2$, et $x = 3$ et prenant pour $x = 2$ la valeur numérique 10.

340. 1° Démontrer l'identité :

$$(b - c)^3 + (c - a)^3 + (a - b)^3 = 3(b - c)(c - a)(a - b).$$

2° Utiliser cette identité pour résoudre l'équation :

$$[3(x + 1) - 2(x + 3)]^3 + [2(x + 3) - x + 5]^3 + [x - 5 - 3(x + 1)]^3 = 0.$$

341. Décomposer en un produit de 4 facteurs l'expression :

$$(ax + mb)^2 - (am + bx)^2.$$

1° On suppose que a et b ont des valeurs absolues distinctes. Quelles valeurs faut-il donner à x pour que l'expression soit nulle?

2° Que se passe-t-il lorsque a et b ont même valeur absolue?

— Résoudre les équations :

342. $\dfrac{2x + 5}{x + 3} + \dfrac{3x - 2}{x} = 5$

343. $\dfrac{3x + 4}{5} + \dfrac{2x - 3}{4x - 5} = \dfrac{9x - 8}{15}$

344. $\dfrac{7}{x - 3} - \dfrac{4}{x - 5} = \dfrac{3}{x + 1}$

345. $\dfrac{12}{x - 7} - \dfrac{5}{x - 1} = \dfrac{7}{x - 10}$

346. $\dfrac{2}{x - 4} + \dfrac{1}{2x - 3} = \dfrac{5}{7x - 6}$

347. $\dfrac{1}{5x + 8} + \dfrac{1}{x + 4} = \dfrac{9}{8(x + 3)}$

348. $\dfrac{x^2}{x - 1} - \dfrac{x^2}{x + 1} = \dfrac{2x}{x^2 - 1}$

349. $\dfrac{x + 1}{x - 1} - \dfrac{x - 1}{x + 1} = 3x\left(1 - \dfrac{x - 1}{x + 1}\right)$

350. $\dfrac{x - 1}{x} - \dfrac{1}{x + 1} = \dfrac{2x - 1}{x^2 + x}$

351. $\dfrac{6x^2 + 7x + 8}{2x + 1} = \dfrac{3x^2 - 2x - 16}{x - 2}$

352. $\dfrac{2x^2 + 4x - 9}{4x + 9} = \dfrac{4x + 9}{2x^2 + 4x - 9}$

353. $\dfrac{10x^2 + 33x + 42}{15x^2 + 39x + 36} = \dfrac{6x^2 + 19x + 28}{9x^2 + 23x + 24}$

354. $$\dfrac{\dfrac{x + 2a}{2x + a} + b}{2x + a + \dfrac{3a^2}{2x + a}} = \dfrac{\dfrac{2x + a}{x + 2a} + b}{2\left(x + 2a - \dfrac{3a^2}{x + 2a}\right)}$$

355. $$\dfrac{\dfrac{2x - 5a}{4a} + \dfrac{2x + 4a}{3x}}{\dfrac{3x - 8a}{4a} + \dfrac{3x + 5a}{3x}} = \dfrac{\dfrac{2x - 5a}{3a} - \dfrac{2x + 4a}{2x}}{\dfrac{3x - 8a}{3a} - \dfrac{3x + 5a}{2x}}$$

— Résoudre les équations :

356. $x - \sqrt{x^2 - 5} = 1$

357. $\sqrt{x^2 - x - 4} + x = 9$

358. $2x + \sqrt{x^2 + 9} = x + 9$

359. $1 - 2x = \sqrt{4x^2 - 2x + 7}$

360. $x - \sqrt{2x + 1} = 1$

361. $2 - \sqrt{3x + 4} = 2x$

362. $2x + \sqrt{(3x - 4)(x - 1)} = 2$

363. $\sqrt{x + 5} - \sqrt{x - 2} = 1$

364. $\sqrt{2x + 1} - \sqrt{x - 1} = \sqrt{3}$

365. $\sqrt{x + 9} + \sqrt{x - 3} = 2\sqrt{x + 2}$