Épreuve : Mathématiques Durée : 2H	Devoir de contrôle n°3 ◉○◉○◉ 3ème Sciences technique	Professeur : Dhaouadi Nejib

Exercice 1 (4 points)

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative, dans un trpère $(O,\vec{i},\vec{j})$, d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

On donne le tableau de variation de f

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Et on sait que :

- *La droite $D : y = -x-2$ est une asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ au voisinage de $-\infty$.*
- *La courbe $\mathscr{C}$ est au dessus de la droite D pour $x \le 2$.*
- *La droite $T : y = x-4$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 4.*
- *$f(-2) = f(1) = f(6) = 1$.*

Tracer, sur la feuille annexe, la courbe $\mathscr{C}$ et tous les éléments traduisant les hypothèses données.

Exercice 2 (7 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2-x-2}{x-1}$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Déterminer les limites aux bornes de son domaine de définition.

2) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ et que $\forall\ x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$, $f'x) = \dfrac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$

b) Drésser le tableau de variation de f.

c) Donner une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.

3) a) Déterminer les réels a et b pour lesquels pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$, $f(x) = ax + \dfrac{b}{x-1}$.

b) En déduire que la droite $D : y = x$ est une asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.

4) Montrer que le point $A(1,1)$ est un centre de symétrie pour la courbe $\mathscr{C}$.

5) a) Déterminer les points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ avec les axes de coordonnées.

b) Tracer D, T et $\mathscr{C}$.

Exercice 3 (6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On donne les points A, B et C d'affoxes respectives :

$z_A = 1+i\sqrt{3}$, $z_B = \sqrt{3}-i$ *et* $z_C = -1-i\sqrt{3}$.

1) a) *Déterminer* $|z_A|$, $|z_B|$ *et* $|z_C|$.

b) *En déduire que les points A, B et C appartiennent à un meme cercle de centre O dont – on précisera le rayon.*

c) *Placer les points A, B et C.*

2) a) *Calculer les modules suivants :* $|z_B - z_A|$, $|z_C - z_A|$ *et* $|z_C - z_B|$.

b) *En déduire que le triangle ABC est rectangle et isocèle.*

3) *Déterminer l'affixe* z_D *du point D tel que ABCD est un carré.*

Exercice 4 (3 points)

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe P.

Déterminer chacun des ensembles suivants :

$E = \{M \in P \text{ tels que } |z-1| = |z+i|\}$

$F = \{M \in P \text{ tels que } |z-1+i| = 2|z|\}$

Feuille annexe à rendre avec la copie

Nom et prénom de l'élève :