Épreuve : Mathématiques **Durée :** 2H	**Devoir de synthèse n°1** ◉○◉○◉ **3ème Sciences technique**	**Professeur :** Dhaouadi Nejib

Exercice 1

La courbe donnée en annexe est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1) Donner $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$ et $f'(1)$.

2) a) f est – elle dérivable à gauche en 0 ? à droite en 0 ?

Préciser, si possible, $f_g'(0)$ et $f_d'(0)$.

b) f est – elle dérivable en 0 ? Justifier.

3) a) f est – elle dérivable à gauche en -2 ? à droite en -2 ?

Préciser, si possible, $f_g'(-2)$ et $f_d'(-2)$.

b) f est – elle dérivable en -2 ? Justifier.

4) Sachant que f est dérivable en 2 et $f'(2)=-2$, donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé.

1) Déterminer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$.

2) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ et que pour tout réel $x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$$f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}.$$

3) Drésser le tableau de variation de f.

4) a) Résoudre, dans $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, l'équation $f'(x)=-3$

b) En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet deux tangentes parallèles à la droite $D : y=-3x$ dont – on précisera les points de contacts et deux équations cartésiennes.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x$.

1) a) *Montrer que pour tout réel x on a :* $f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+f(x)=0$.

   b) *Calculer* $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ *puis déduire* $f\left(\frac{5\pi}{8}\right)$.

2) a) *Montrer que pour tout* $x\in\mathbb{R}$, $f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

   b) *En déduire que pour tout* $x\in\mathbb{R}$, $f(x)=-2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$.

   c) *Résoudre, dans $\mathbb{R}$ et puis dans* $[0,\pi]$, *l'équation* $f(x)=0$.

Exercice 4

Soit ABC un triangle tel que $AB=4$, $AC=2$ *et* $\widehat{BAC}=\frac{\pi}{3}$.

On note I le milieu du segment $[BC]$.

1) a) *Faites une figure. (On prendra pour unité 2cm)*

   b) *A l'aide de la formule d'ALKASHI, montrer que* $BC=2\sqrt{3}$.

2) *Soit $\mathscr{C}$ l'ensemble des points M du plan tels que* $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=4$.

   a) *Vérifier que* $A\in\mathscr{C}$.

   b) *Montrer que $\mathscr{C}$ est le cercle de centre I et de rayon* $\sqrt{7}$.

   c) *Construire* $\mathscr{C}$.

3) *Soit Δ l'ensemble des points M du plan tels que* $MB^2-MC^2=4\sqrt{21}$.

   On note H le projeté orthogonal de M sur (BC).

   a) *Montrer que si $M\in\Delta$ alors* $\overrightarrow{IC}\cdot\overrightarrow{IH}=\sqrt{21}$.

   b) *En déduire que* $H\in\mathscr{C}$.

   c) *Déterminer et construire* Δ.

Devoir de synthèse n°1 3ème sciences technique 2018

FEUILLE ANNEXE