

<u>Epreuve</u> Mathématiques Durée : 2H	Devoir de controle n°2 Classe : 3 ^{ème} ScExp Mars 2017	<u>Professeur</u> Dhaouadi Nejib
---	---	--

Exercice 1 (10 points)

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = x^2 - 2x$ et $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

On désigne par \mathcal{C} et \mathcal{C}' les courbes représentatives respectives de f et g dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et donner le nombre dérivé de f en un réel a .
- 2) Soient A et B les deux points de la courbe \mathcal{C} d'abscisses respectives -1 et 2 .
 - a) Déterminer le coefficient directeur m de la droite (AB) .
 - b) Déterminer le réel a où la tangente T à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse a est parallèle à la droite (AB) et donner une équation de cette tangente.
- 3) a) Déterminer le domaine de définition de g .
 b) Etudier la dérivabilité de g à gauche en 0 et à droite en 2 et interpréter graphiquement les résultats trouvés.
- 4) a) Montrer que la droite d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe \mathcal{C}' au voisinage de $+\infty$.
 b) Montrer que la droite d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à la courbe \mathcal{C}' au voisinage de $-\infty$.

Exercice 2 (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne les points $A(2,0)$ et $B(\sqrt{3},1)$ et C tel que $\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OB}$.

- 1) Déterminer les coordonnées polaires du point B .
- 2) Placer les points A , B et C .
- 3) a) Quelle est la nature du quadrilatère $OACB$.
 b) Déterminer les coordonnées cartésiennes et les coordonnées polaires du point C .
 c) Calculer $(1 + \sqrt{3})^2$
- d) Montrer alors que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

Exercice 3 (5 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos(3x) - \cos(2x)$

1) Résoudre, dans $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, l'équation $f(x) = 0$.

2) a) Montrer que pour tout réel x , $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$.

b) En déduire que pour tout réel x , $f(x) = 4 \cos^3 x - 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1$

3) Pour tout réel t on pose $g(t) = 4t^3 - 2t^2 - 3t + 1$.

a) Vérifier que pour tout réel t on a $g(t) = (t - 1)(4t^2 + 2t - 1)$.

b) Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $g(t) = 0$.

4) a) Montrer alors que : $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$.

b) Déterminer $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.

