

Epreuve

Mathématiques

Durée : 2H

Devoir de synthèse n°1Classe : 3^{ème} ScExp

Décembre 2016

Professeur

Dhaouadi

Nejib

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 5x + 1}{4(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ \frac{3}{4} & \text{si } x = 1 \\ \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

1) Justifier la continuité de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$.

On se propose, dans la suite, d'étudier la continuité de f en 1.

2) a) Vérifier que $4x^2 - 5x + 1 = (x-1)(4x-1)$.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

c) En déduire que f est continue à gauche en 1.

3) a) Montrer que pour tout réel $x > 1$, $f(x) = \frac{3}{\sqrt{3x+1} + 2}$.

b) En déduire que f est continue à droite en 1.

4) Conclure.

Exercice 2

Calculer les limites, éventuelles, suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x - 4}{|x-1|} - \sqrt{5x+4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9}$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{2}}{x+1}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{\sqrt{4x+21} - 5}$

Exercice 3

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Soient les points $A(4, -3)$, $B(-1, 2)$ et $C(-4, -1)$.

1) Calculer $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$ et donner la nature du triangle ABC .

2) a) Calculer $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$, AB et AC .

b) Donner une valeur approchée à un degré près de la mesure de l'angle \widehat{BAC} .

3) Soit I le milieu de $[AC]$.

a) Montrer que pour tout point M du plan : $MA^2 + MC^2 = 2MI^2 + 34$.

b) En déduire que l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MC^2 = 68$ est le cercle circonscrit au triangle ABC .

Exercice 4

Le plan P est orienté dans le sens direct.

Soit $ABCD$ un carré direct et ABP , BQC

et CRD des triangles équilatéraux directs

(Voir figure ci - contre)

1) a) Donner la mesure principale de chacun des angles orientés $(\overline{DC}, \overline{DP})$ et $(\overline{DC}, \overline{DQ})$.

b) En déduire que les points D , P et Q sont alignés.

2) a) Donner une mesure de chacun des angles orientés $(\overline{CR}, \overline{BP})$ et $(\overline{BP}, \overline{BQ})$.

b) En déduire que les droites (CR) et (BQ) sont perpendiculaires.

3) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés $(\overline{QA}, \overline{QB})$ et $(\overline{RC}, \overline{RB})$ et montrer que (RB) est la médiatrice de $[AQ]$.

4) La droite (RB) coupe (AC) en I .

Montrer que I est le centre du cercle circonscrit au triangle AQR .

