Epreuve	Devoir de synthèse n°3	Professeur
Mathématiques	Classe : 3ème Sc-T	Dhaouadi Nejib
Durée : 3H		

Exercice 1

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte parmi les réponses proposées. Indiquer à chaque fois le numéro de la question et la réponse choisie.

1) Un argument du nombre complexe $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$ est :

a) $\dfrac{\pi}{12}$ b) $\dfrac{5\pi}{12}$ c) $\dfrac{7\pi}{12}$.

2) La représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x) = x - 1 - \dfrac{x-2}{x-1}$ admet comme asymptote oblique la droite d'équation :

a) $y = x$ b) $y = x - 1$ c) $y = x - 2$

3) Le nombre des entiers naturels à quatre chiffres qu'on peut former à l'aide des chiffres de 0 à 9 est égal à :

a) 10000 b) 5040 c) 9000

Exercice 2

Soit (u_n) la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N};\ u_{n+1} = \dfrac{4u_n - m}{u_n + 2}$

où m est un paramètre réel.

Partie A : Dans cette partie on pose $m = 0$.

1) Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que $\forall n \in \mathbb{N};\ u_n \geq 2$.

2) Etudier la monotonie de la suite (u_n).

3) Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = 1 - \dfrac{2}{u_n}$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont-on précisera la raison.

b) Exprimer v_n et puis u_n en fonction de n.

c) Déterminer alors la limite de u_n.

Partie B : Dans cette partie on pose $m = 1$.

1) Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que $\forall n \in \mathbb{N};\ u_n > 1$.

2) Etudier la monotonie de la suite (u_n).

3) Pour tout entier naturel n, on pose $w_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$.

a) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont-on précisera la raison.

b) Exprimer w_n et puis u_n en fonction de n.

c) Déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice 3

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On donne les points $A(-1,1,1)$; $B(1,-1,1)$ et $C(1,1,-1)$.

1) Montrer que $(O,\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$ est un repère de l'espace.

2) Soit M le point de l'espace tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

a) Déterminer les coordonnées de M dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

b) Déterminer les coordonnées de M dans le repère $(O,\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$.

Exercice 4

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère deux droites D et Δ et un plan P définies par :

- *La droite D passe par le point $A(1,-1,2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$.*
- *La droite Δ admet pour représentation paramétrique : $\begin{cases}x = -2+\alpha\\ y = 1+2\alpha\\ z = -\alpha\end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$*
- *Le plan P admet pour équation cartésienne $2x - 3y - 4z - 7 = 0$.*

1) Donner une représentation paramétrique de la droite D.
2) Montrer que les droites D et Δ ne sont pas coplanaires.
3) Montrer que le plan P et la droite D sont sécants et donner les coordonnées de leur point d'intersection.
4) Montrer que le plan P et la droite Δ sont strictement parallèles.

Exercice 5

Une urne contient 10 boules numérotées de 0 jusqu'à 9.

1) On tire, <u>successivement et avec remise</u> quatre boules de l'urne.

a) Déterminer le nombre de tirages possibles.

b) Déterminer le nombre de tirages ne contenant pas la boule numéro 0.

2) On tire, <u>successivement et sans remise</u> quatre boules de l'urne.

a) Déterminer le nombre de tirages possibles.

b) Déterminer le nombre de tirages contenant les boules numérotées 0 et 1.