Calcul dans IR

A. Produits remarquables

Activité

1) Développer $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)^3$ et $(a - b)^3$.

2) Factoriser, si c'est possible, $a^2 - b^2$ et $a^2 + b^2$.

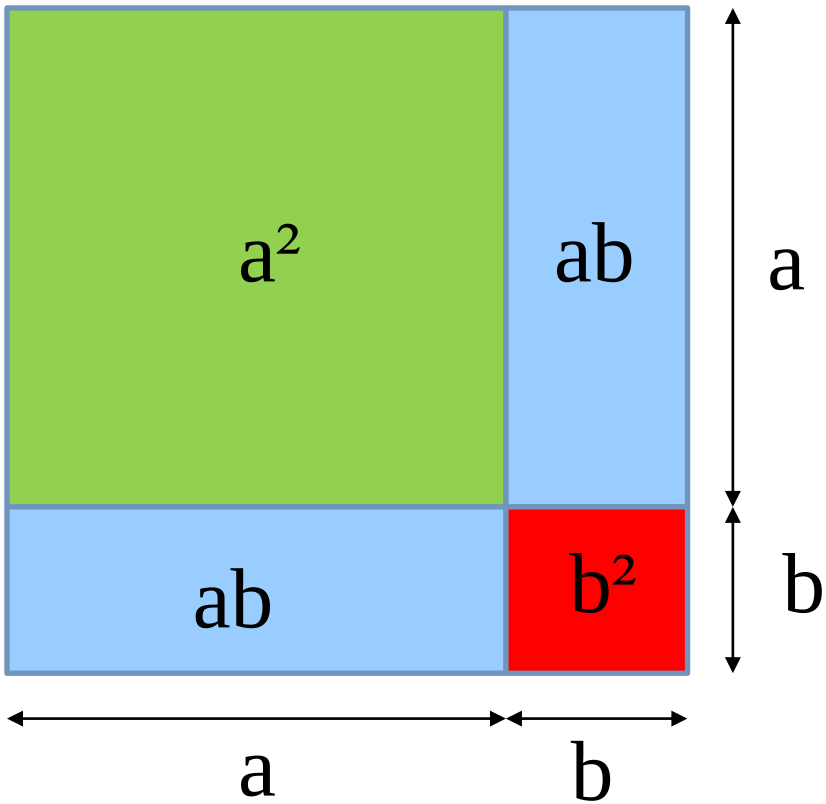
3) a) Développer $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

b) Déduire la factorisation de $a^3 - b^3$ puis celle de $a^3 + b^3$.

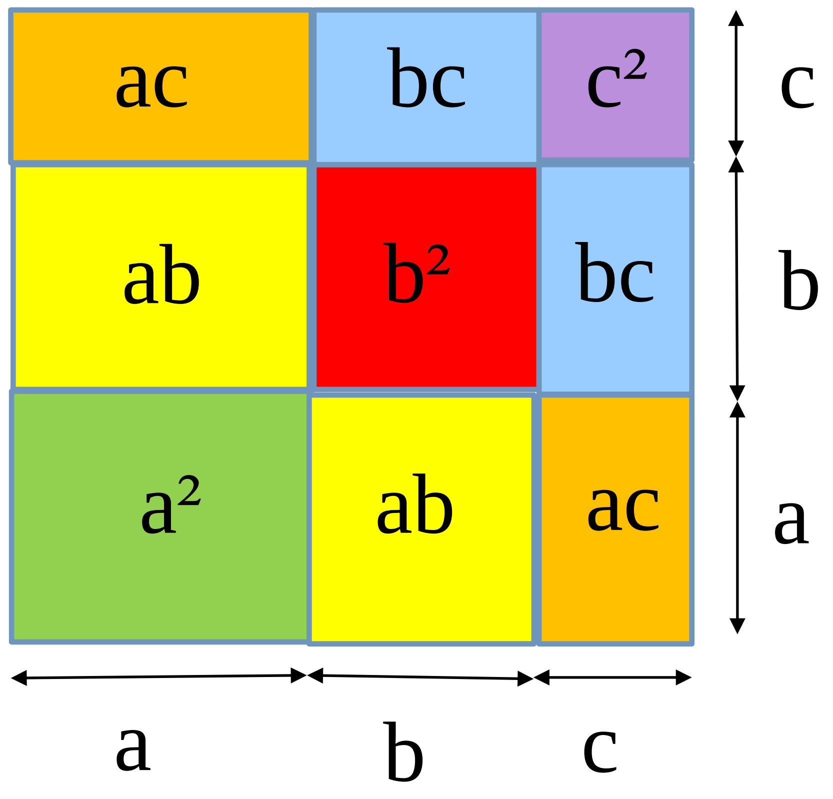
Identités remarquables du second degré

- $(a + b)^2 =$ $a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 =$ $a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 =$ $(a - b)(a + b)$
- $(a + b + c)^2 =$ $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- $(a - b + c)^2 =$ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$



Identités remarquables du troisième degré

- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Exercice N°1

a) Montrer que pour tous réels a et b on a: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab$

b) En déduire la valeur de

$$\left(\frac{7^8+7^{-8}}{2}\right)^2 - \left(\frac{7^8-7^{-8}}{2}\right)^2$$

Exercice N°2

Soit x et y deux réels tel que:

$$x + y = 1$$

Montrer que:

$$2(x^3 + y^3) - 3(x^2 + y^2) = -1$$

Développement - Factorisation

Exercice N°3

Développer et réduire les expressions ci-dessous

$A = (x - 2)(x + 3)$

$B = (3x - 4a)^2 - 24ax$

$C = (a\sqrt{3} - b)(a+b\sqrt{3})$

$D = a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$

$E = a(a + b - c) + b(b + c - a) + c(c + a - b)$

$F = (x - y)(y - z) + (y - z)(z - x) + (z - x)(x - y)$

$G = (3x - 2)(-x + 3) - x(4 - 5x).$

Développement - Factorisation

Exercice N°4

Développer et réduire les expressions ci-dessous

$A = (x - 1)^3 - 3x\,(x + 1)$

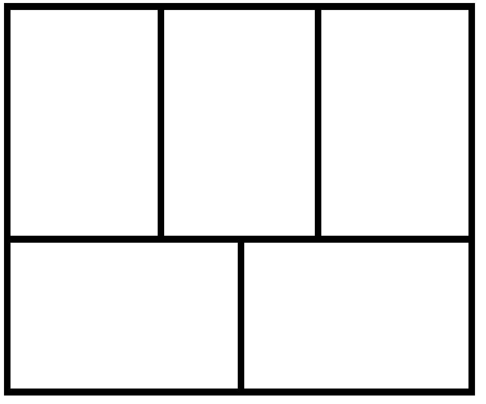
$B = (2x + 3)^2 + (3x - 2)^2$

$C = (2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$

$D = 4(a - b)^2 - 3(b - 3a)^2$

Casse tête

Le grand rectangle est partagé en cinq petits rectangles identiques.
Le périmètre du grand rectangle est égal à 2013 millimètres.
Quelle est, en millimètre, le périmètre d'un petit rectangle?



B. Valeur absolue

Activité

Compléter : Pour tous x, y$\in$IR on a :

- $|x| = \begin{cases} \\ \end{cases}$ $\qquad |x.y| =$
- Pour $y \neq 0$, $\left|\frac{x}{y}\right| =$ $\qquad$ Pour n$\in$IN, $|x^n| =$
- $|x+y| =$
- $|x| = |y|$ équivaut à …………….
- $|x| = 0$ équivaut à ……………..

Activité

Compléter : Pour tous x, y$\in$IR on a :

- $|x| = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x \leq 0 \end{cases}$ $\qquad |x.y| = |x|.|y|$
- Pour $y \neq 0$, $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ $\qquad$ Pour n$\in$IN, $|x^n| = |x|^n$
- $|x+y| \neq |x|+|y|$
- $|x| = |y|$ équivaut à : x = y ou x = -y
- $|x| = 0$ équivaut à : x = 0

Activité

Pour tout a strictement positif :

$|x| = a$ équivaut à : $x =$ équivaut à : $x \in$

$|x| < a$ équivaut à : équivaut à : $x \in$

$|x| > a$ équivaut à : équivaut à : $x \in$

- Si A et B sont deux points d'une droite graduée d'abscisses respectives x_A et x_B alors : AB =

Activité

Pour tout a strictement positif :

$|x| = a$ équivaut à : $x = a$ ou $x = -a$ équivaut à : $x \in \{-a, a\}$

$|x| < a$ équivaut à : $-a < x < a$ équivaut à : $x \in]-a, a[$

$|x| > a$ équivaut à : $x < -a$ ou $x > a$

équivaut à: $x \in]-\infty,-a[\cup]a,+\infty[$

- Si A et B sont deux points d'une droite graduée d'abscisses respectives x_A et x_B alors : $AB = |x_B - x_A|$

Exercices

Exercice N°1

Ecrire sans le symbole de la valeur absolu

a) $|2\sqrt{3}-3\sqrt{2}|$

b) $\left|\frac{2018}{2019}-\frac{2017}{2016}\right|$

c) $|a^2+2|$; $a \in IR$

Exercices

Exercice N°2

Résoudre dans IR:

a) $|2x - 3| = 5$ b) $|x+3| = - 3$

c) $|3x + 1| = |x - 5|$ d) $|x+1|+|2x - 6| = 0$

e) $|x^2+x|+|2x^2 - 2| = 0$ f) $|x+1|+|x - 3| = 1$

Exercices

Exercice N°3

1) Soit a un réel de l’intervalle [2, 3].
Simplifier l’écriture de l’expression
$|a - 2| + |a - 3|$.

2) Pour chacune des inéquations suivantes écrire l’ensemble des solutions a l’aide d’un intervalle ou d’une réunion d’intervalles.

a) $|x - 1| < 1$ b) $|3 - 2x| \geq \frac{1}{2}$

c) $|x + 1| > 1 + \sqrt{2}$

Casse tête

Remplissez ce tableau de sorte qu’il ne comporte que des entiers strictement positifs, et que, pour chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale, le nombre du milieu soit la moyenne des deux nombres qui l’encadrent.

	12	
		8

Donner toutes les solutions possibles.

Casse tête

Boule a 4 boules noires et 4 boules blanches.
Il a aussi 4 boîtes. Il met 2 boules dans chaque boîte.
Comme il est assez taquin, le nombre de boules noires qu'il a écrit sur chaque boîte est faux.
On sait qu'il y a plus de boules blanches dans la boite tout à droite de la figure que dans celle tout à gauche.
Retrouvez le nombre de boules noires dans chaque boite.

C. Racine carré

Activité

Compléter :

- Pour tous x, y $\in \ldots$

  $x = \sqrt{y}$ signifie $y = \ldots$

- Pour tout $x \in IR$; on a : $\sqrt{x^2} =$
- Pour tout $x \in \ldots$; on a : $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 = \ldots$
- Pour tous x, $y \in IR_+$; on a :

$\sqrt{x.y} = \ldots$ $\sqrt{\frac{x}{y}} = \ldots$ $(y > 0)$

$\sqrt{x+y} = \ldots$

$((\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = \ldots.$

Activité

Compléter :

- Pour tous $x, y \in IR_+$

  $x = \sqrt{y}$ signifie $y = x^2$

- Pour tout $x \in IR$; on a : $\sqrt{x^2} = |x|$
- Pour tout $x \in IR_+$; on a : $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 = x$
- Pour tous $x, y \in IR_+$; on a :

$$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}.\sqrt{y} \qquad \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} \qquad (y > 0)$$

$$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$((\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y$$

Exercices

Exercice N°1

On donne $A = \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

1) Montrer que $A^2 = 8$

2) a / Vérifier que A est un réel négatif

b / En déduire une écriture de A à l'aide d'un seul radical

Exercices

Exercice N°2

On donne A $= 2-\sqrt{3}$ et B = $2+\sqrt{3}$.

1) a) Calculer A² .

b) Déduire une simplification de $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

c) Ecrire $\frac{A}{B}$ sans radical au dénominateur.

2) On donne $1,73 \leq \sqrt{3} \leq 1,74$.

Donner un encadrement de A.

3) Soit le produit P= $(1-\frac{1}{13})(1-\frac{2}{13})(1-\frac{3}{13})...(1-\frac{21}{13})$

a) Déterminer le nombre de facteurs du produit P.

b) Calculer P.

Exercices

Traiter les exercices du 27 jusqu'à 33 pages et 13 du manuel

Casse tête N°1

Vous devez écrire un nombre dans chacun des petits carrés formant le carré 3 x 3 de façon que :

- sur chaque ligne et sur chaque colonne, le produit des trois nombres soit toujours 144
- dans chaque carre 2 x 2, le produit des quatre nombres soit toujours égal a 6 x144.

Casse tête N°2

Nouha calcule la somme des nombres entiers positifs successifs à partir de 1 :

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + ...

Lorsqu'elle arrête son calcul, elle constate que la somme qu'elle obtient est égale à un nombre de trois chiffres tous identiques.

Combien de nombres Nouha a-t-elle additionnés ?

Retenons

Pour tout entier naturel non nul n on a:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$