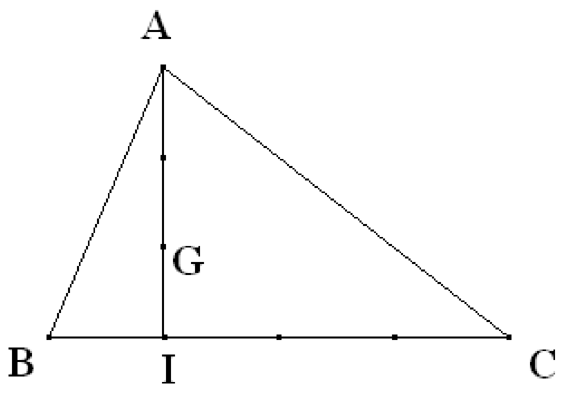
L. P. Kairouan	**Devoir de contrôle N°2**	**Prof: Chouihi**
Le : 19 –11 – 10	**Durée : 1heures**	**Classe: 2SC$_{2+3}$**

Nom et Prénom: ……………………………………………………………..

Exercice N°1 (5points)



Compléter : (Aucune justification n'est demandée)

1°) I est le barycentre des points pondérés (B,…) et (C, …).

- $\overrightarrow{BI} = \frac{...}{...}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CI} = \frac{...}{...}\overrightarrow{CB}$
- $...\overrightarrow{MB} + ...\overrightarrow{MC} = ...\overrightarrow{MI}$
- B est le barycentre des points pondérés (I,…) et (C, …).
- C est le barycentre des points pondérés (I,…) et (B, …).

2°) G est le barycentre des points pondérés (I,…) et (A, …).
G est le barycentre des points pondérés (A,…) , (B, …) et (C, ...)

3°) L'ensemble des points M du plan vérifiant :
$\left\|3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\|$ est ………………………..

4°) L'ensemble des points M du plan vérifiant :
$\left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MI}\right\|$ est ……………………….

Exercice N°2 (8points)

1°) a) Factoriser chacune des expressions suivantes :
$2x^2 + 7x - 15$ et $3x^2 + 17x + 10$.

b) En déduire le domaine d'existence puis une simplification de l'expression f(x) définie par : $f(x) = \dfrac{2x^2+7x-15}{3x^2+17x+10}$.

c) Résoudre dans IR l'inéquation : $\left|5x^2+24x-5\right| \succ \left|x^2+10x+25\right|$

2°) On considère l'équation (E) : $x^2 - \sqrt{7}x - 2\sqrt{3} = 0$.
On ne cherche pas à résoudre cette équation.
a) vérifier que l'équation (E) admet deux solutions distinctes x' et x''.
b) Prouver que x' et x'' sont de signes contraires.
c) On suppose que x' < x''. Calculer (x' – 1)(x'' – 1) et en déduire que x' < 1 < x''.

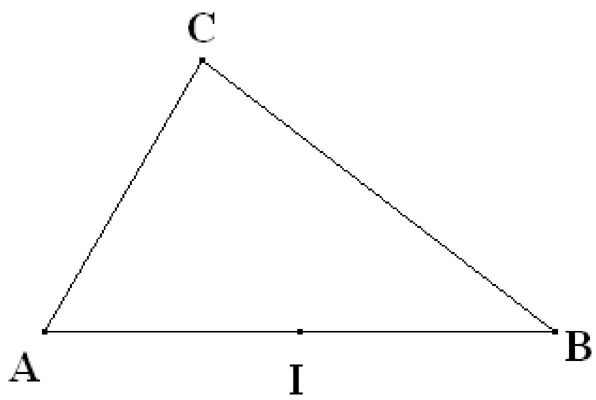
Exercice N°3 (7points)

On considère un triangle ABC et on désigne par I le milieu du segment [AB] et G le barycentre des points pondérés (A,1) ; (B,1) et (C,2)

1) a) Montrer que G est le milieu du segment [IC] puis construire G.
b) Construire le point J, barycentre des points pondérés (B,1) et (C,2).
c) Montrer que les points A, J et G sont alignés.

2) a) Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que :
$\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MI}\right\|$.

b) Déterminer l'ensemble Γ des points M du plan tels que :
$3\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\| + 2\left\|\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = 6\left\|\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MJ}\right\|$.



Corrigé

Exercice N°1 (5points)

1°) I est le barycentre des points pondérés (B,3) et (C, 1).

- $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$
- $3\overrightarrow{MB} + 1\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MI}$
- B est le barycentre des points pondérés (I,4) et (C, -1).
- C est le barycentre des points pondérés (I,4) et (B, -3).

2°) G est le barycentre des points pondérés (I,4) et (A, 2).
G est le barycentre des points pondérés (A,2) , (B, 3) et (C, 1)

3°) L'ensemble des points M du plan vérifiant :
$\left\|3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\|$ est un cercle

4°) L'ensemble des points M du plan vérifiant :
$\left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MI}\right\|$ est le plan

Exercice N°2 (8points)

1°) a) $2x^2 + 7x - 15 = 0$
$\Delta = 169 = 13^2$ donc x' = - 5 et x'' = 3/2
Alors : $2x^2 + 7x - 15 = 2(x + 5)(x - 3/2)$

$3x^2 + 17x + 10 = 0$
$\Delta = 13^2$ donc: x' = - 5 et x'' = -2/3
Alors: $3x^2 + 17x + 10 = 3(x + 5)(x + 2/3)$.

b) $D_f = \{x \in IR$ tel que: $3x^2 + 17x + 10 \neq 0\}$
Donc, d'après a), $D_f = IR \setminus \{-5, -2/3\}$
Pour tout $x \in Df$, f(x) = (2x - 3)/ (3x + 2)

c) $|5x^2+24x-5| \succ |x^2+10x+25|$ équivaut à : $(5x^2+24x-5)^2 > (x^2+10x+25)^2$
équivaut à: $(5x^2+24x-5)^2 - (x^2+10x+25)^2 > 0$
équivaut à: $(6x^2+34x+20)(4x^2+14x-30) > 0$
équivaut à: $4(3x^2+17x+10)(2x^2+7x-15) > 0$
Et en dressant un tableau de signe on peut conclure que:

$S_{IR} =]-\infty,-5[\cup]-5,-2/3[\cup]3/2, +\infty[$

2°) On considère l'équation (E) : $x^2 - \sqrt{7}x - 2\sqrt{3} = 0$.

a) On a: ac = $-2\sqrt{3} < 0$ donc l'équation (E) admet deux solutions distinctes x' et x''.

b) On a: c/a = $-2\sqrt{3}$ donc x' et x'' sont de signes contraires.

c) (x' – 1)(x'' – 1) = x'x'' – (x' + x'') + 1= $-2\sqrt{3} - \sqrt{7} + 1 < 0$ donc
x' < 1 < x''.

Exercice N°3 (7points)

On considère un triangle ABC et on désigne par I le milieu du segment [AB] et G le barycentre des points pondérés (A,1) ; (B,1) et (C,2)

1) a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ équivaut à $2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ car I = B*C.
équivaut à: G = I*C.

b) J est le barycentre des points pondérés (B,1) et (C,2) donc $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ équivaut à $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GJ} = \vec{0}$ car J est le barycentre des points pondérés (B,1) et (C,2).
équivaut à: G est le barycentre des points pondérés (A,1) et (J,3) et par suite A, J et G sont alignés.

2) a) $M \in \Delta$ équivaut à: $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MI}\right\|$

équivaut à: $\left\|4\overrightarrow{MG}\right\| = 2\left\|2\overrightarrow{MG}\right\|$

équivaut à: $M \in P$ (le plan)

conclusion: $\mathbf{\Delta = P}$

b) $M \in \Gamma$ équivaut à: $3\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\| + 2\left\|\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = 6\left\|\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MJ}\right\|$.

équivaut à : $3\left\|2\overrightarrow{MI}\right\| + 2\left\|3\overrightarrow{MJ}\right\| = 6\left\|\overrightarrow{JI}\right\|$

Equivaut à: MI + MJ = IJ équivaut à: $M \in [IJ]$

Conclusion: $\mathbf{\Gamma = [IJ]}$