L. P. Kairouan	Devoir de Synthèse N°1	$2SC_{4+5}$	Durée : 2heures	Le : 14 –12 – 15	Prof: Chouihi

<u>NB:</u> il sera tenu compte de la présentation de la copie et de la rédaction des solutions!

Exercice N°1 (4 points)

On considère un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan et les points $A(2, -3)$; $B(a, 3)$ et $C(a + 5, -2)$ où a est un paramètre réel.

1) a) Déterminer a pour que les points A, B et C soient alignés.
 b) Déterminer a pour que le triangle ABC soit rectangle en A.

2) On suppose que $a = -1$
 a) Vérifier que $\mathcal{R}' = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est un repère orthogonal du plan.
 b) Déterminer les composantes de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

Exercice N°2 (7 points)

On pose : $P(x) = 3x^4 - 16x^3 - x^2 + 74x - 24$

1) a) Calculer $P(-2)$ et $P(2)$.
 b) En déduire l'existence d'un polynôme $Q(x)$, que l'on déterminera, tel que pour tout $x \in IR$ on a: $P(x) = (x + 2)Q(x)$.

2) a) Déterminer les réels b et c tel que pour tout $x \in IR$ on a:
 $3x^3 - 22x^2 + 43x - 12 = (x - 4)(3x^2 + bx + c)$.
 b) Résoudre dans IR l'équation: $3x^2 - 10x + 3 = 0$.
 c) En déduire une factorisation de $P(x)$ en produit de quatre polynômes de premier degré.

3) On pose $f(x) = \sqrt{P(x)}$.
 a) Déterminer le domaine de définition D de f.
 b) Résoudre dans IR l'inéquation : $3x^2 - 10x + 3 \geq 0$
 c) Résoudre dans IR l'équation: $f(x) = \sqrt{3x^2 - 10x + 3}$

Exercice N°3 (7 points)

<u>**N.B:**</u> Le schéma doit être traité sur une feuille blanche.

Construire un triangle ABC.

1) Construire le point I barycentre des points pondérés $(A, -1)$ et $(B, 2)$.

2) Soit J le point défini par $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$; montrer que J est le barycentre des points B et C dont on précisera les coefficients.

3) On désigne par G le barycentre des points pondérés $(A, -1)$; $(B, 2)$ et $(C, 3)$.
 a) Montrer que $G \in (AJ)$.
 b) Montrer que les points G, C et I sont alignés puis construire G.
 c) Déterminer les coordonnées du point G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

4) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M du plan vérifiant :

$$5\left\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\right\| + \left\|2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\| = 5\left\|\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MJ}\right\|$$

Exercice N°4 (2 points)

1) On pose $P(x) = 35x^3 - 71x^2 - 4x + 12$
Sachant que le polynôme $P(x)$ admet trois racines α, β et γ qu'on ne cherchera pas à calculer, déterminer la valeur exacte de $\alpha\beta\gamma$, $\alpha + \beta + \gamma$ et $\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma$.

2) Déterminer les masses qu'il faut accrocher aux points A, B, C et D pour que le système soit en équilibre.