Exercice N°1

On considère un parallèlogramme ABCD de sens direct.

1/ Construire le triangle IAD rectangle et isocèle en I tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{ID}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et le triangle DCE est rectangle et isocèle en D tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

2/ Soit R la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a/ Quelle est l'image de A par R ?

b/ Montrer que R(B) = E

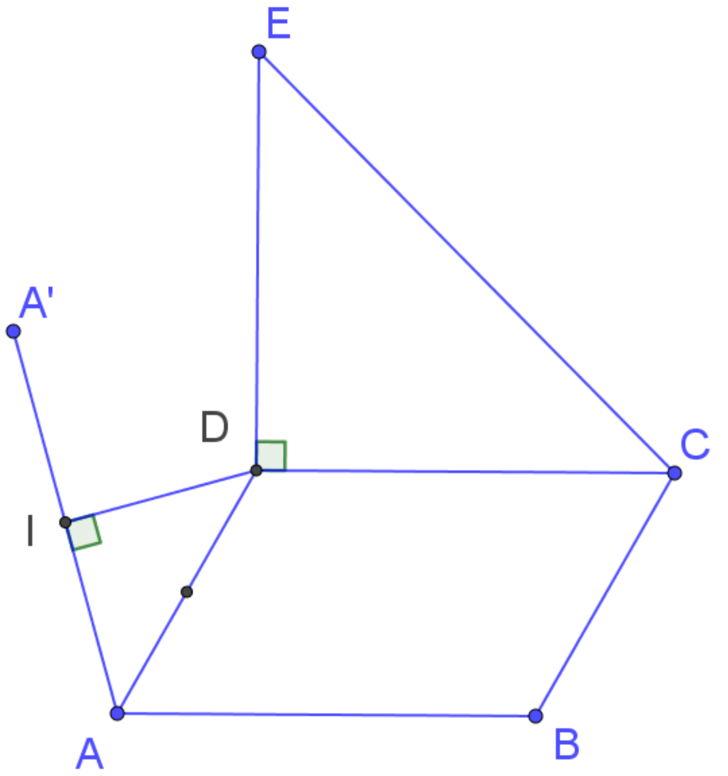
3/ Soit A' le symétrique de A par rapport à I.

a/ Justifier que A'= R(D).

b/ Montrer que A'E = BD et que les droites (A'E) et (BD) sont perpendiculaires.

On considère un parallèlogramme ABCD de sens direct.
1/ Construire le triangle IAD rectangle et isocèle en I tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{ID}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et le triangle DCE est rectangle et isocèle en D tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$
2/ Soit R la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$
a/ Quelle est l'image de A par R ?
b/ Montrer que R(B) = E
3/ Soit A' le symétrique de A par rapport à I.
a/ Justifier que A'= R(D).
b/ Montrer que A'E = BD et que les droites (A'E) et (BD) sont perpendiculaires.

1) schéma



2) a) IAD rectangle isocèle en I de sens direct donc :

$$\begin{cases} IA = ID \\ (\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{ID}}) = \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow R(A) = D$$

b) posons $R(B) = E'$

$$\left.\begin{matrix} R(B) = E' \\ R(A) = D \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} AB = DE' \\ (\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE'}}) = \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$$

or $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $\begin{cases} AB = DC = DE \\ (\widehat{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE'}}) = \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} DE' = DE \\ (\widehat{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE'}}) = (\widehat{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}})[2\pi] \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{DE'} = \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow E' = E$$

d'où $R(B) = E$

3) a) $A' = S_I(A) = R \circ R(A) = R(R(A)) = R(D)$ d'où $A' = R(D)$

b) $$\left.\begin{matrix} R(D) = A' \\ R(B) = E \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} A'E = DB \\ (\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{A'E}}) = \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'E = BD \\ (A'E) \perp (BD) \end{cases}$$

Lotfi Chouihi

Exercice N°2

On considère un triangle ABC tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$ et AB < AC. On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit à ce triangle et par O son centre.

1/ Faire une figure.

2/ Soit l'ensemble $\mathcal{E} = \{M \in P \text{ tel que } \left(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]\ \}$

a/ Vérifier que $A \in \mathcal{E}$ puis déterminer et construire E.

b/ Déterminer et construire le point I du plan tel que IB = IC et $\left(\widehat{\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$

3/ Soit P le point du segment [AC] teel que CP = AB.

a/ Montrer qu'il existe une unique rotation R telle que R(A) = P et R(B) = C. Quel est son angle ?

b/ Déterminer le centre de la rotation R.

4/ Donner la nature du triangle IAP et en déduire que AC = AI + AB

5/ Soit M un point variable de l'ensemble $\mathcal{E}$ et G le centre de gravité du triangle MBC.

Déterminer et construire l'ensemble décrit par le point G lorsque M décrit $\mathcal{E}$.

On considère un triangle ABC tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et AB < AC. On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit à ce triangle et par O son centre.

1/ Faire une figure.

2/ Soit l'ensemble $\mathcal{E} = \{M \in P \text{ tel que } \left(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]\}$

a/ Vérifier que $A \in \mathcal{E}$ puis déterminer et construire E.

b/ Déterminer et construire le point I du plan tel que IB = IC et $\left(\widehat{\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

3/ Soit P le point du segment [AC] teel que CP = AB.

a/ Montrer qu'il existe une unique rotation R telle que R(A) = P et R(B) = C. Quel est son angle ?

b/ Déterminer le centre de la rotation R.

4/ Donner la nature du triangle IAP et en déduire que AC = AI + AB

5/ Soit M un point variable de l'ensemble $\mathcal{E}$ et G le centre de gravité du triangle MBC.

Déterminer et construire l'ensemble décrit par le point G lorsque M décrit $\mathcal{E}$.

1) figure

2) a) $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \Rightarrow A \in \mathcal{E}$

$M \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) [2\pi]$

$\Leftrightarrow M \in \overset{\frown}{CB} \setminus \{B, C\}$ du cercle $\mathscr{C}$

d'où $\mathcal{E} = \overset{\frown}{CB} \setminus \{B, C\}$ du cercle $\mathscr{C}$.

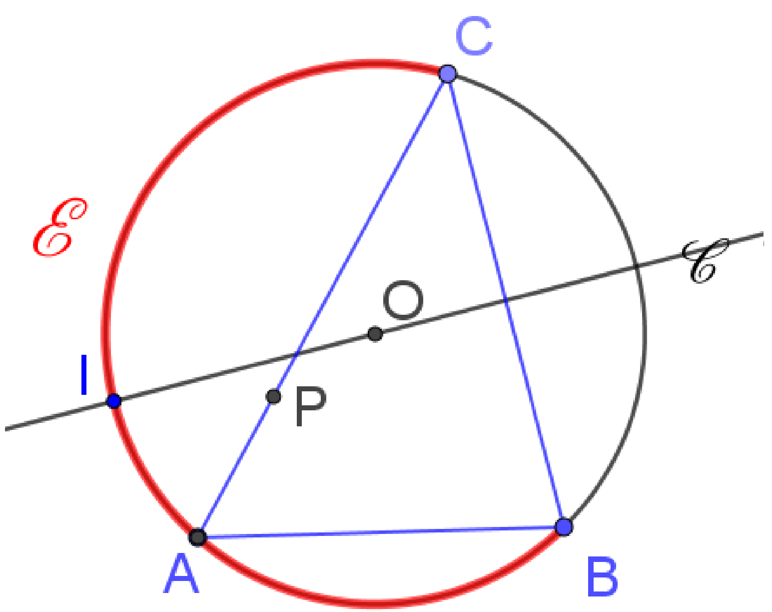
b) $\begin{cases} IB = IC \\ (\widehat{\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IC}}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$ donc $\{I\} = \text{méd}[BC] \cap \mathcal{E}$

3) $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{PC}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \rightarrow \overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{PC}$

$\begin{cases} AB = PC \\ \overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{PC} \end{cases}$ donc il existe une unique rotation R tel que $\begin{cases} R(A) = P \\ R(B) = C \end{cases}$

Désignons par θ l'angle de R.

$\left.\begin{matrix} R(A) = P \\ R(B) = C \end{matrix}\right\} \rightarrow \theta \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{PC}}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \rightarrow \theta \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$



b) Désignons par Ω le centre de R

$$R(B)=C \iff \begin{cases} \Omega C = \Omega B \\ (\overrightarrow{\Omega B}, \overrightarrow{\Omega C}) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi] \end{cases} \iff \underline{\Omega = I}$$

d'où $\boxed{R = r\left(I, \frac{\pi}{3}\right)}$

4) $$R(A)=P \iff \begin{cases} IA = IP \\ (\widehat{\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IP}}) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi] \end{cases} \iff IAP \text{ est équilatéral de sens direct.}$$

$P \in [AC]$ donc $AC = AP + PC = AI + AB \longrightarrow \boxed{AC = AI + AB}$

5) posons $J = B*C$ (donc J est un point fixe)

$$\begin{cases} G \text{ centre de gravité de } MBC \\ J = B*C \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{JG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{JM}$$

$\iff G = h_{(J, \frac{1}{3})}(M)$ donc lorsque M décrit $\mathscr{E}$, G décrit l'arc $\overset{\frown}{C'B'} \setminus \{B', C'\}$ du cercle $\mathscr{C}' = h_{(J, \frac{1}{3})}(\mathscr{C})$

$\overrightarrow{JC'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{JC}$ et $\overrightarrow{JB'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{JB}$.

On considère un triangle ABC tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$ et AB < AC. On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit à ce triangle et par O son centre.

1/ Faire une figure.

2/ Soit l'ensemble $\mathscr{E} = \{M \in P \text{ tel que } \left(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]\}$

a/ Vérifier que $A \in \mathscr{E}$ puis déterminer et construire E.

b/ Déterminer et construire le point I du plan tel que IB = IC et $\left(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$

3/ Soit P le point du segment [AC] teel que CP = AB.

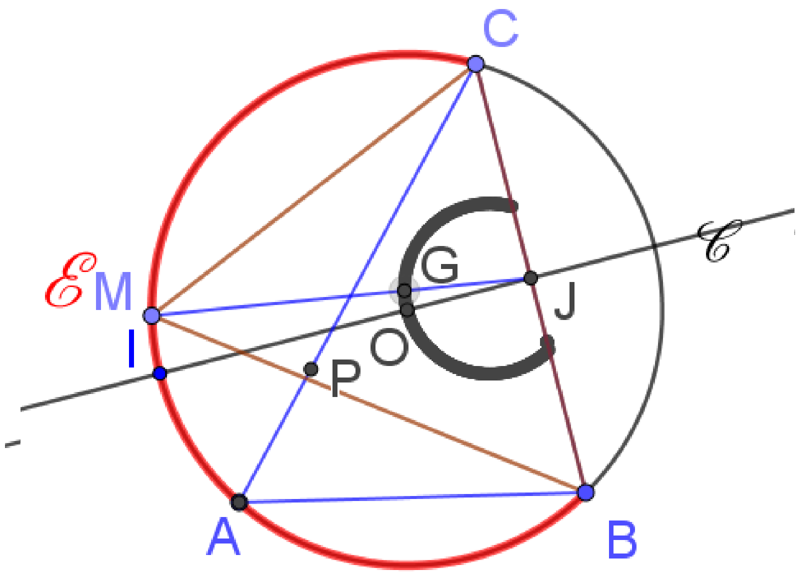
a/ Montrer qu'il existe une unique rotation R telle que R(A) = P et R(B) = C. Quel est son angle ?

b/ Déterminer le centre de la rotation R.

4/ Donner la nature du triangle IAP et en déduire que AC = AI + AB

5/ Soit M un point variable de l'ensemble $\mathscr{E}$ et G le centre de gravité du triangle MBC.

Déterminer et construire l'ensemble décrit par le point G lorsque M décrit $\mathscr{E}$.



Exercice N°3

On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A et de sens direct. On désigne par I le milieu de [BC] et par Δ la droite perpendiculaire à (BC) et passant par C et on désigne par K le point d'intersection de Δ et (AB) et on désigne par J le milieu de [KC].

1/ Faire une figure.

2/ Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a/ Déterminer R(B), R<(AC)> et R<(BC)>

b/ Déduire R(C) et R(I)

3/ On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC.
Déterminer l'image $\mathscr{C}$' du cercle $\mathscr{C}$ par la rotation R puis déterminer $\mathscr{C} \cap \mathscr{C}$'

4/ Soit M un point du plan tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}\right) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$

a/ Déterminer l'ensemble des points M.

b/ On pose M'= R(M), déterminer l'ensemble des points M' lorsque M varie.

c/ Montrer que (BM) ⊥ (CM') et que BM = CM'

On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A et de sens direct. On désigne par I le milieu de [BC] et par Δ la droite perpendiculaire à (BC) et passant par C et on désigne par K le point d'intersection de Δ et (AB) et on désigne par J le milieu de [KC].

1/ Faire une figure.

2/ Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a/ Déterminer R(B), R<(AC)> et R<(BC)>

b/ Déduire R(C) et R(I)

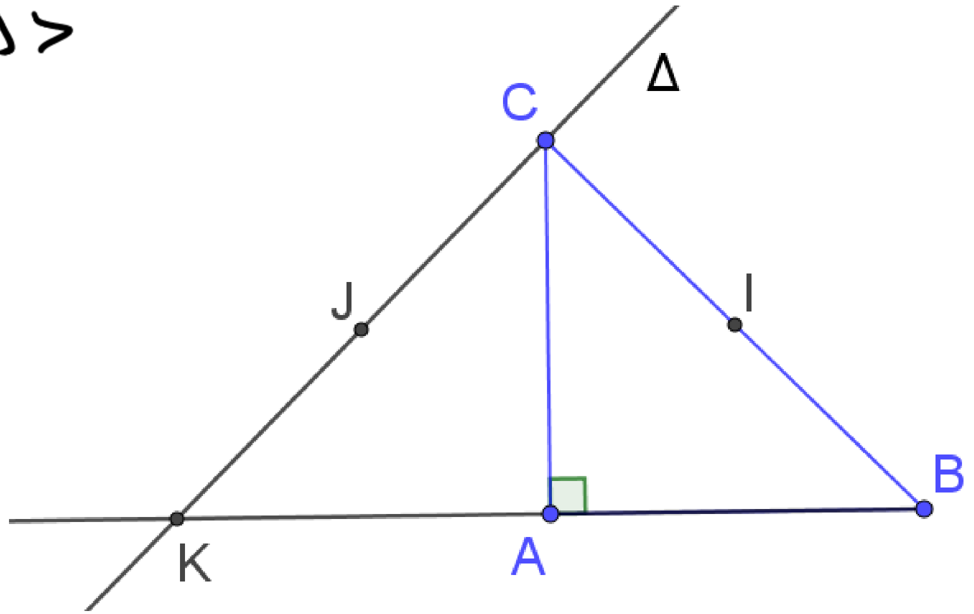
3/ On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer l'image $\mathscr{C}'$ du cercle $\mathscr{C}$ par la rotation R puis déterminer $\mathscr{C} \cap \mathscr{C}'$

4/ Soit M un point du plan tel que $(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$

a/ Déterminer l'ensemble des points M.

b/ On pose M'= R(M), déterminer l'ensemble des points M' lorsque M varie.

c/ Montrer que (BM) ⊥ (CM') et que BM = CM'



1) figure

2) $R = r(A, \frac{\pi}{2})$

a) $\begin{cases} AB = AC \\ (\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases} \Rightarrow R(B) = C$

. R(A) = A donc R<(AC)> est la droite perpendiculaire à (AC) et passant par A ; $\theta = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow R<(AC)> = (AB)$

. R(B) = C donc R<(BC)> est la droite perpendiculaire à (BC) passant par C $\Rightarrow$ R<(BC)> = Δ

b) {C} = (AC) ∩ (BC) donc {R(C)} = R<(AC)> ∩ R<(BC)>

= (AB) ∩ Δ = {K}

$\Rightarrow$ R(C) = K

I = B * C $\Rightarrow$ R(I) = R(B) * R(C) = C * K = J

d'où R(I) = J

3) $R(A)=A$, $R(B)=C$, $R(C)=K$ $\Big\} \rightarrow R\langle \mathscr{C}_{ABC}\rangle = \mathscr{C}_{ACK}$

$\rightarrow R\langle \mathscr{C}\rangle$ est le cercle $\mathscr{C}'$ circonscrit au triangle ACK. $\mathscr{C}' = \mathscr{C}_{(J,JA)}$

$\mathscr{C}\cap\mathscr{C}' = \{A, C\}$ ($\mathscr{C}\neq\mathscr{C}'$ car $I\neq J$)

4) a) $(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{5\pi}{4}[2\pi] \Leftrightarrow (\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}) \equiv \pi + (\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})[2\pi]$

donc l'ensemble des points M est l'arc $\overset{\frown}{AB} \setminus \{A, B\}$ du cercle $\mathscr{C}$.

b) $R(A)=A$, $R(B)=C$ $\Big\} \xrightarrow{M'=R(M)}$ M' décrit l'arc $\overset{\frown}{AC} \setminus \{A, C\}$ du cercle $\mathscr{C}'$

c) $R(B)=C$, $R(M)=M'$ $\Big\} \rightarrow \begin{cases} CM' = BM \\ (\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{CM'}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} CM' = BM \\ (BM) \perp (CM') \end{cases}$

On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A et de sens direct. On désigne par I le milieu de [BC] et par Δ la droite perpendiculaire à (BC) et passant par C et on désigne par K le point d'intersection de Δ et (AB) et on désigne par J le milieu de [KC].

1/ Faire une figure.

2/ Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a/ Déterminer R(B), R<(AC)> et R<(BC)>

b/ Déduire R(C) et R(I)

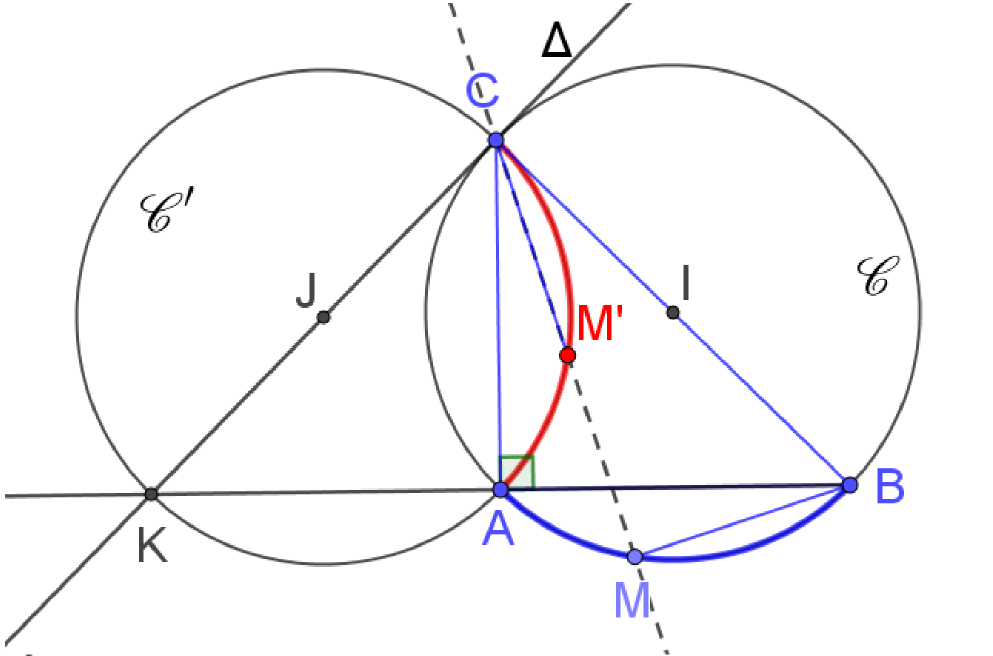
3/ On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer l'image $\mathscr{C}$' du cercle $\mathscr{C}$ par la rotation R puis déterminer $\mathscr{C}\cap\mathscr{C}$'

4/ Soit M un point du plan tel que $(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}) \equiv \frac{5\pi}{4}[2\pi]$

a/ Déterminer l'ensemble des points M.

b/ On pose M'= R(M), déterminer l'ensemble des points M' lorsque M varie.

c/ Montrer que (BM) ⊥ (CM') et que BM = CM'



Exercice N°4

Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct et de centre O. I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [BC].
Soit R la rotation telle que R(A) = B et R(B)$\in$ {I, J, C}.
1/ a/ Montrer que R(B)$\neq$ I et R(B)$\neq$ J et en déduire R(B)
b/ Déterminer le centre de R et donner une mesure de son angle.
c/ Montrer que R(I) = J et déterminer R(C).
2/ Soit E et F les points définis par : $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BF} = -2\overrightarrow{BJ}$. Montrer que R(E) = F.
3/ On note C_E et C_F les cercles de centres respectifs E et F et passant par O. C_E et C_F se recoupent en L.
a/ Vérifier que C_F est l'image de C_E par R.
b/ Soit M$\in C_E\backslash\{O,L\}$ et soit M' = R(M)
Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{EM},\overrightarrow{EO}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{FM'},\overrightarrow{FO}}\right) [2\pi]$
c/ Montrer que $2\left(\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LM'}}\right) \equiv 0[2\pi]$
d/ En déduire que les points M, L et M' sont alignés.
e/ On pose L' = R(L).
Etablir que (LL') est tangente au cercle C_E.

1) a) posons $R(B)=B'$ on a : $\begin{cases} R(A)=B \\ R(B)=B' \end{cases} \Longrightarrow BB'=AB$

or $BI=\frac{1}{2}AB \neq AB$ et $BJ=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AB\neq AB$

donc $R(B)\neq I$ et $R(B)\neq J$.

$\begin{cases} R(B)\in\{I,J,C\} \\ R(B)\neq I \text{ et } R(B)\neq J \end{cases} \longrightarrow \boxed{R(B)=C}$

b) posons $R=r(\Omega,\theta)$.

$\left.\begin{array}{l} R(A)=B \\ R(B)=C \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{cases} \{\Omega\}=\text{méd}[AB]\cap\text{méd}[BC]=\{O\} \\ \theta\equiv(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}})\equiv\pi+(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}})\equiv\pi-\frac{\pi}{3}\equiv\frac{2\pi}{3}\ [2\pi] \end{cases}$

d'où $\boxed{R=r_{(O,\frac{2\pi}{3})}}$

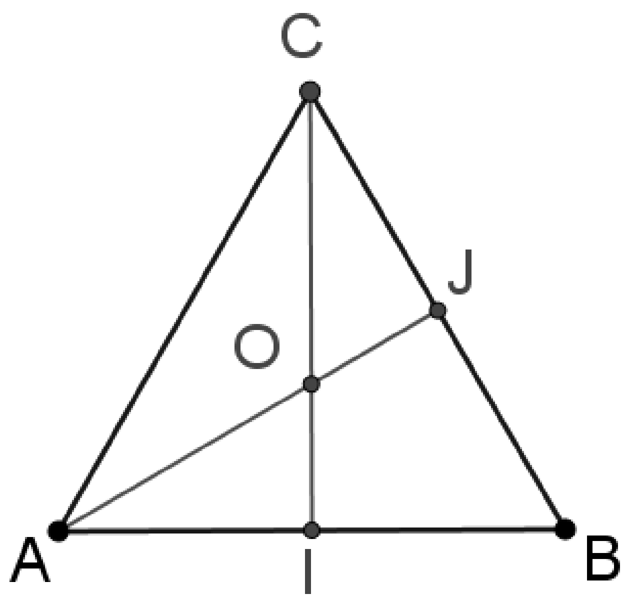
c) $R(I)=R(A*B)=R(A)*R(B)=B*C=J$ d'où $\boxed{R(I)=J}$

. ABC est équilatéral de centre O et de sens direct donc :

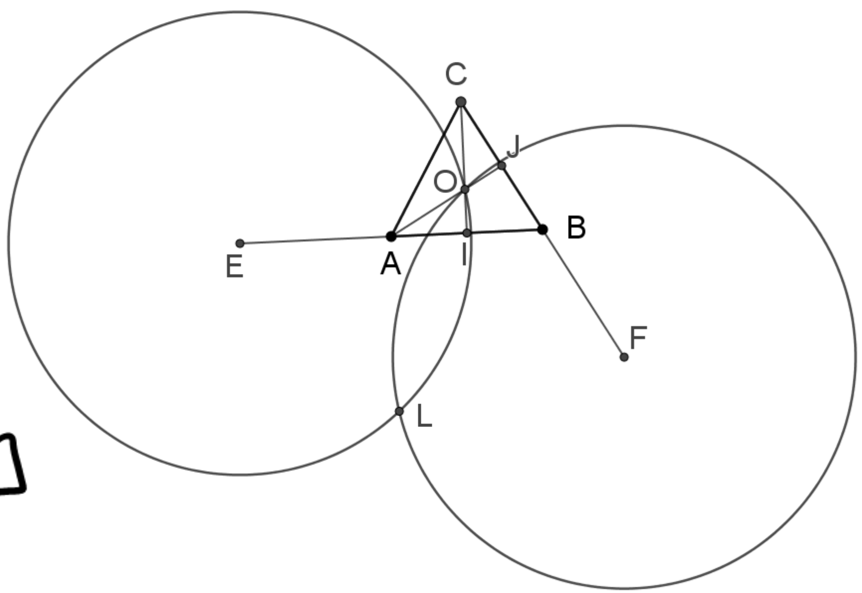
$\begin{cases} OC=OA \\ (\widehat{\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OA}})\equiv\frac{2\pi}{3}\ [2\pi] \end{cases} \Longrightarrow \boxed{R(C)=A}$

Lotfi Chouihi

Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct et de centre O. I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [BC].
Soit R la rotation telle que R(A) = B et $R(B)\in\{I, J, C\}$.
1/ a/ Montrer que $R(B)\neq I$ et $R(B)\neq J$ et en déduire R(B)
b/ Déterminer le centre de R et donner une mesure de son angle.
c/ Montrer que R(I) = J et déterminer R(C).
2/ Soit E et F les points définis par : $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BF}=-2\overrightarrow{BJ}$. Montrer que R(E) = F.
3/ On note C_E et C_F les cercles de centres respectifs E et F et passant par O. C_E et C_F se recoupent en L.
a/ Vérifier que C_F est l'image de C_E par R.
b/ Soit $M\in C_E\setminus\{O,L\}$ et soit M' = R(M)
Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{EM},\overrightarrow{EO}})\equiv(\widehat{\overrightarrow{FM'},\overrightarrow{FO}})\ [2\pi]$
c/ Montrer que $2(\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LM'}})\equiv 0[2\pi]$
d/ En déduire que les points M, L et M' sont alignés.
e/ On pose L' = R(L).
Etablir que (LL') est tangente au cercle C_E.



Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct et de centre O. I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [BC].
Soit R la rotation telle que R(A) = B et R(B)∈ {I, J, C}.
1/ a/ Montrer que R(B)≠ I et R(B)≠ J et en déduire R(B)
b/ Déterminer le centre de R et donner une mesure de son angle.
c/ Montrer que R(I) = J et déterminer R(C).
2/ Soit E et F les points définis par : $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BF} = -2\overrightarrow{BJ}$. Montrer que R(E) = F.
3/ On note C_E et C_F les cercles de centres respectifs E et F et passant par O. C_E et C_F se recoupent en L.
a/ Vérifier que C_F est l'image de C_E par R.
b/ Soit $M \in C_E \backslash \{O,L\}$ et soit M' = R(M)
Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{EM},\overrightarrow{EO}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{FM'},\overrightarrow{FO}}\right) [2\pi]$
c/ Montrer que $2\left(\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LM'}}\right) \equiv 0[2\pi]$
d/ En déduire que les points M, L et M' sont alignés.
e/ On pose L' = R(L).
Etablir que (LL') est tangente au cercle C_E.



2) $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AI} \longrightarrow \overrightarrow{R(A)R(E)} = -2\overrightarrow{R(A)R(I)}$

$\longrightarrow \overrightarrow{BR(E)} = -2\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BF} \longrightarrow R(E) = F$

3/a/

$\mathcal{C}_E$ est le cercle de centre E et passant par O donc

$R<\mathcal{C}_E>$ " " $R(E)=F$ et passant par $R(O)=O$

$\longrightarrow R<\mathcal{C}_E> = \mathcal{C}_F$

b)

$\left.\begin{array}{l} R(M)=M' \\ R(E)=F \\ R(O)=O \end{array}\right\} \Rightarrow (\widehat{\overrightarrow{EM},\overrightarrow{EO}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{FM'},\overrightarrow{FO}})\ [2\pi]$

c) $2(\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LM'}}) \equiv 2(\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LO}}) + 2(\widehat{\overrightarrow{LO},\overrightarrow{LM'}})\ [2\pi]$

$\equiv (\widehat{\overrightarrow{EM},\overrightarrow{EO}}) + (\widehat{\overrightarrow{FO},\overrightarrow{FM'}})\ [2\pi]$

$\equiv 0\ [2\pi]$ (d'après b) $\longrightarrow 2(\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LM'}}) \equiv 0\ [2\pi]$

3/ On note C_E et C_F les cercles de centres respectifs E et F et passant par O. C_E et C_F se recoupent en L.
a/ Vérifier que C_F est l'image de C_E par R.
b/ Soit $M \in C_E \setminus \{O,L\}$ et soit $M' = R(M)$
Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{EM},\overrightarrow{EO}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{FM'},\overrightarrow{FO}}\right)[2\pi]$
c/ Montrer que $2\left(\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LM'}}\right) \equiv 0[2\pi]$
d/ En déduire que les points M, L et M' sont alignés.
e/ On pose $L' = R(L)$.
Etablir que (LL') est tangente au cercle C_E.

ds $2(\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LM'}}) \equiv 0\,(2\pi) \Leftrightarrow (\widehat{\overrightarrow{LM},\overrightarrow{LM'}}) = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\rightarrow$ L, M et M' sont alignés.

e/ $(\widehat{\overrightarrow{LL'},\overrightarrow{LE}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{LL'},\overrightarrow{LO}}) + (\widehat{\overrightarrow{LO},\overrightarrow{LE}})\,[2\pi]$

D'autre part:

• $R(L)=L' \Leftrightarrow \begin{cases} OL' = OL \\ (\widehat{\overrightarrow{OL},\overrightarrow{OL'}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}) \equiv \frac{2\pi}{3}\,[2\pi] \end{cases}$ $\rightarrow (\widehat{\overrightarrow{LL'},\overrightarrow{LO}}) \equiv \frac{\pi}{6}\,[2\pi]$.

• $R(E)=F \Leftrightarrow \begin{cases} OE = OF \\ (\widehat{\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OF}}) \equiv \frac{2\pi}{3}\,[2\pi] \end{cases}$ or $(OL) = \text{méd}[EF]$

donc $(\widehat{\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OL}}) \equiv \frac{1}{2}(\widehat{\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OF}}) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$

$\underline{EO = EL} \longrightarrow$ OEL equilatéral direct

$\rightarrow (\widehat{\overrightarrow{LO},\overrightarrow{LE}}) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$

donc $(\widehat{\overrightarrow{LL'},\overrightarrow{LE}}) \equiv \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$

$\rightarrow$ (LL') est tangente en L à $\mathcal{C}_E$