

NB : il sera tenu compte de la présentation de la copie et de la rédaction des réponses !

Exercice N°1 (8 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère le point $A(2, -1)$ et la droite Δ d'équation cartésienne : $x + y + 1 = 0$.

- 1) a) Déterminer une équation de la droite Δ' perpendiculaire à Δ et passant par A .
b) Déterminer les coordonnées du point H , intersection de Δ avec Δ' .
- 3) On considère l'ensemble \mathcal{C} des points $M(x,y)$ du plan vérifiant :
 $x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$.
a) Montrer que \mathcal{C} est un cercle dont on déterminera les coordonnées du centre I et le rayon.
b) Montrer que la droite Δ est tangente au cercle \mathcal{C} au point H .
c) Vérifier que le point $E(5, -2)$ appartient au cercle \mathcal{C} .
d) Ecrire une équation de la tangente T au cercle \mathcal{C} au point E .
- 4) On donne le point $F(1,2)$.
a) Ecrire une équation cartésienne de la médiatrice D du segment $[AF]$
b) Ecrire une équation du cercle \mathcal{C}' passant par A et E et dont le centre J appartient à la droite Δ .
- 5) On donne le point $B(3, -4)$.
a) Vérifier que B est à l'extérieur du cercle \mathcal{C} .
b) Déterminer les tangentes à \mathcal{C} issues du point B .

Exercice N°2 (8 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) On désigne par f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
a) Déterminer les réels a , b et c pour que la courbe C_f passe par les points $A(0,1)$, $B(-1, 6)$ et $C(1, -2)$.

b) Représenter graphiquement la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 4x + 1$

2) On pose $g(x) = \frac{ax + b}{cx - 2}$

Déterminer les réels a , b et c sachant que la courbe de g est une hyperbole de centre $I(2, 2)$ et passant par le point $C(1, -2)$.

3) a) Représenter (sur la même figure) la fonction g définie par

$$g(x) = \frac{2x}{x-2}.$$

b) Dédire de la courbe de g la représentation graphique de la fonction h définie par $h(x) = \frac{2|x|}{|x|-2}$.

(On donnera une explication de la construction)

4) On désigne par x_1 , x_2 et x_3 les abscisses des points d'intersection des courbes C_f et C_g avec $x_1 < x_2 < x_3$.

- a) Par lecture graphique Donner la valeur exacte de x_2 et un encadrement par deux entiers consécutifs de x_1 et x_3 .
- b) Déterminer par calcul les valeurs exactes de x_1 et x_3 .
- c) Tracer sur la même figure la droite D d'équation : $y = x - 3$.
- d) Résoudre, graphiquement, l'inéquation : $f(x) \geq x - 3$.
- e) Résoudre, par calcul, l'équation $g(x) = x - 3$

Exercice N°3 (4 points)

- 1) Calculer $\sin \alpha$ et $\tan \alpha$ sachant que : $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ et $\alpha \in [0, \pi]$.
- 2) Calculer $\cos \alpha$ et $\tan \alpha$ sachant que : $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ et $\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$.
- 3) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation : $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$.
- 4) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation : $4 \cos^2 x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos x - \sqrt{6} = 0$.