L.P. Kairouan Prof: Chouihi

Corrigé du devoir de contrôle N°2

2SC

Le: 05 / 12 / 2020

Exercice N°1

1) Soit $x = 79a4b$. Déterminer les chiffres a et b pour que x soit divisible par 5 et par 9

Solution:

$x \in M_5 \cap M_9$ signifie $\begin{cases} b \in \{0,5\} \\ a+b+2 \in M_9 \end{cases}$ signifie $\begin{cases} b = 0 \\ a = 7 \end{cases}$ ou $\begin{cases} b = 5 \\ a = 2 \end{cases}$

Conclusion: $(a,b) \in \{(7,0); (2,5)\}$

.

Exercice N°1

2) Pour tout entier naturel n on pose x = 7n + 3 et y = 5n + 2.

Montrer que x et y sont premiers entre eux.

Solution:

Posons d = PGCD(x,y)

$$\begin{cases} \text{d divise x} \\ \text{d divise y} \end{cases} \text{alors d divise } 5x - 7y = 1$$

Alors d = 1 et par suite x et y sont premiers entre eux.

.

Exercice N°1

3) Déterminer les entiers naturels n pour que n + 1 divise $n^2 + 5n + 7$.

Solution:

[n + 1 divise $n^2 + 5n + 7$] signifie [$\frac{n^2+5n+7}{n+1} \in IN$]

équivaut à [$\frac{n(n+1)+4(n+1)+3}{n+1} \in IN$]

$\acute{e}quivaut$ à [$n + 1\ divise\ 3$]

équivaut à [n + 1 $\in D_3$]

équivaut à [n + 1 $\in \{1,3\}$]

équivaut à [**$n \in \{0,2\}$**]

Exercice N°1

4) Quel est le plus petit entier positif n qui admet pour restes 1, 4 et 12 lorsqu'il est divisé respectivement par 4, 7 et 15.

Solution:

$$\begin{cases} n-1 \in M_4 \\ n-4 \in M_7 \\ n-12 \in M_{15} \end{cases} \quad \text{équivaut à} \begin{cases} n-1+4 \in M_4 \\ n-4+7 \in M_7 \\ n-12+15 \in M_{15} \end{cases}$$

équivaut à n + 3 = PPCM(4,7,15) = 420

Signifie <u>n = 417</u>

Exercice N°1

5) Soit x = 57ab84. Déterminer les chiffres a et b pour que x soit divisible par 9 et par 11.

Solution:

$x \in M_9 \cap M_{11}$ signifie $\begin{cases} a + b + 6 \in M_9 \\ 4 - 8 + b - a + 7 - 5 \in M_{11} \end{cases}$

Signifie $\begin{cases} b + a + 6 \in \{9{,}18\} \\ b - a - 2 \in \{-11{,}0\} \end{cases}$ signifie $\begin{cases} b + a \in \{3{,}12\} \\ b - a \in \{-9{,}2\} \end{cases}$

$\begin{cases} b + a = 3 \\ b - a = -9 \end{cases}$ ou $\begin{cases} b + a = 3 \\ b - a = 2 \end{cases}$ ou $\begin{cases} b + a = 12 \\ b - a = -9 \end{cases}$ ou $\begin{cases} b + a = 12 \\ b - a = 2 \end{cases}$

Seul le dernier système donne pour solution: **a = 5 et b = 7**

Exercice N°2

Dans la figure ci-dessous ABCD est un losange de centre O. On considère l'application f du plan P dans P qui à tout point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CD}$

1/ Montrer que f est une translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$

Solution:

f(M) = M' signifie $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CD}$

signifie $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$

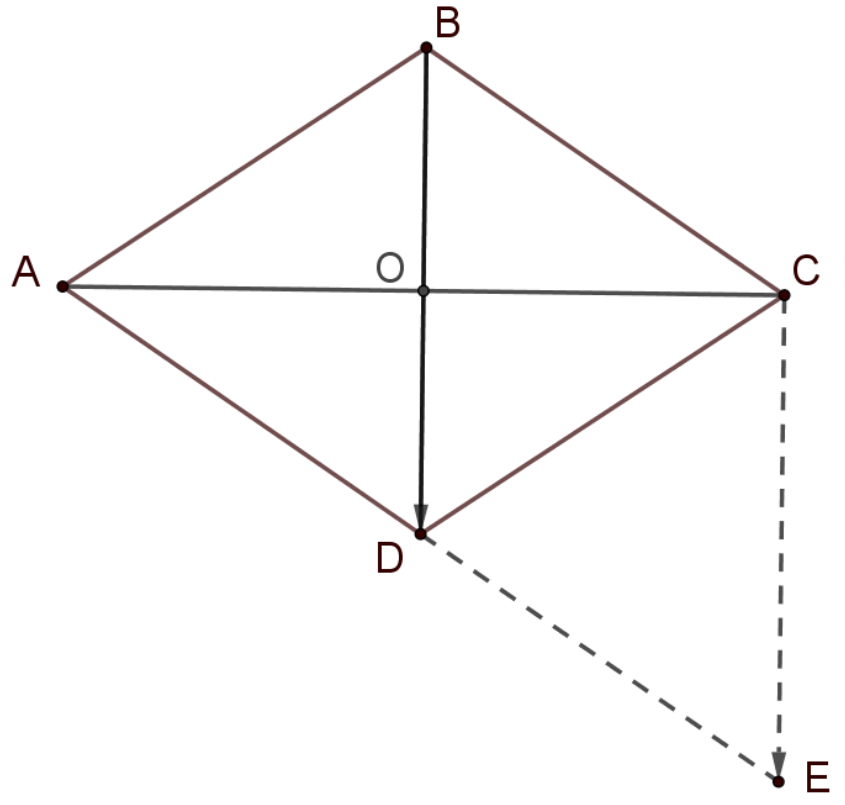
signifie M' = $t_{\overrightarrow{BD}}(M)$

D'où f est la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$

Exercice N°2

2/ a/ Construire le point E image de C par f.

b/ Montrer que D est le milieu du segment [AE]



Solution:

a/ $E = f(C)$ signifie $E = t_{\overrightarrow{BD}}(C)$

signifie $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BD}$

b/ * $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BD}$ signifie $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE}$

* ABCD est un losange donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

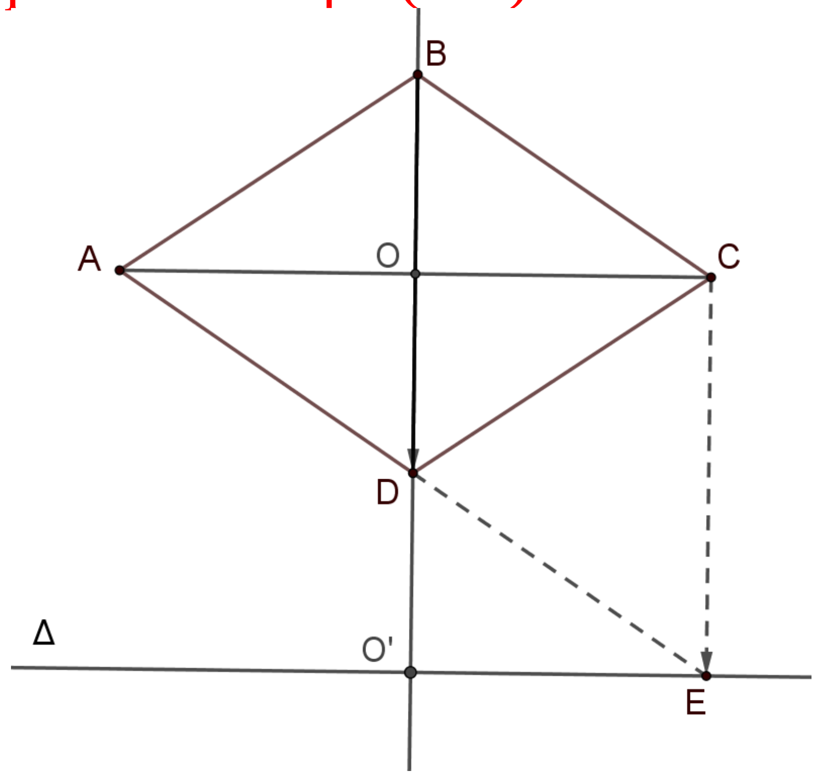
Alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DE}$ signifie $D = A*E$

Exercice N°2

3/ On désigne par Δ la droite parallèle à (AC) passant par E. Δ coupe (BD) en O'.

a/ Déterminer f < (AC) > et f <(BD) >.

b/ En déduire que f(O) = O'.



Solution:

a/ * f(C) = E alors f<(AC)> est la droite passant par E et parallèle à (AC) d'où $f\langle(AC)\rangle = \Delta$

* $f\langle(BD)\rangle = (BD)$

b/ $\{O\} = (AC)\cap(BD)$ donc

$\{f(O)\} = f\langle(AC)\rangle \cap f\langle(BD)\rangle = \Delta\cap(BD)=\{O'\}$ d'où **f(O) = O'**

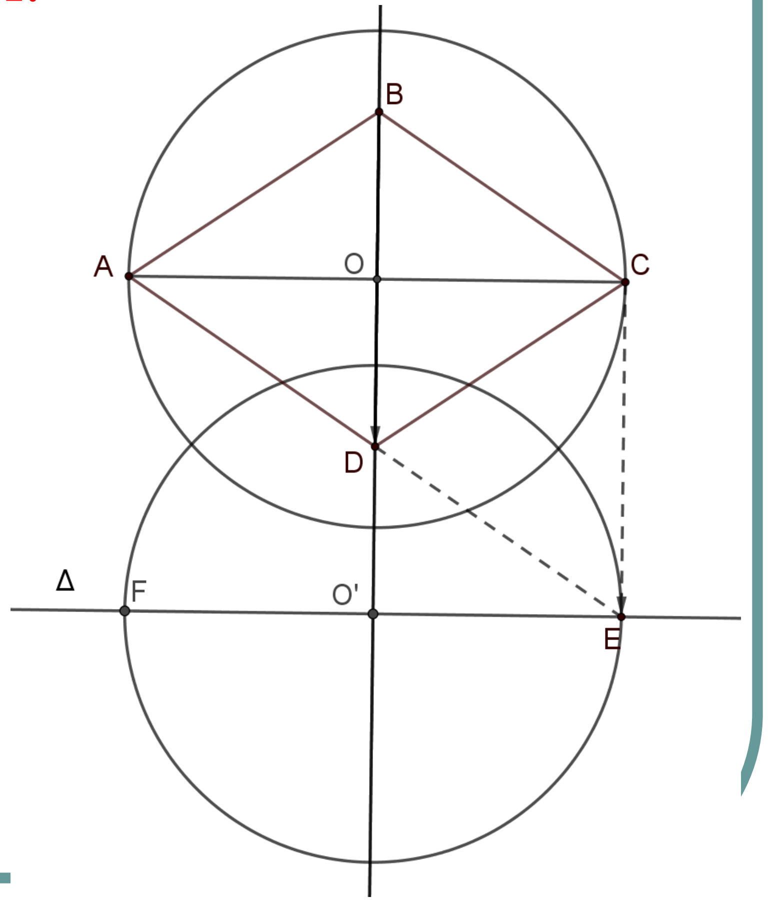
Exercice N°2

4/ On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et passant par A.

a/ Déterminer et construire le cercle $\mathscr{C}$', image de $\mathscr{C}$ par f.

b/ Montrer que E appartient à $\mathscr{C}$'.

c/ La droite Δ recoupe $\mathscr{C}$' en F, montrer que f(A) = F.



Solution:

a/ f(O) = O' donc $\mathscr{C}$' est le cercle de centre O'

et de même rayon OA

b/ E = f(C) et C $\in \mathscr{C}$ alors E $\in$ f< $\mathscr{C}$> = $\mathscr{C}$'

c/ {A} = $\mathscr{C} \cap$(AC)\{C} donc

{f(A)} = f< $\mathscr{C}$>$\cap$f<(AC)>\{f(C)} = $\mathscr{C}$'$\cap$Δ\{E}={F}

d'où **f(A) = F**