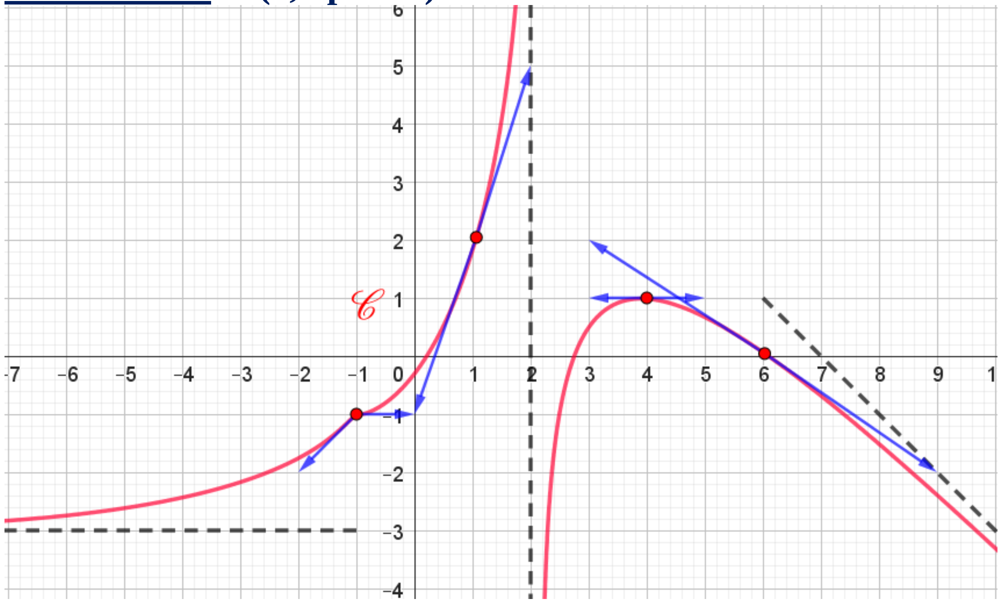
| | | | |
|---|---|---|---|
| **L. Privé.Ibn Khaldoun Kairouan** | **Devoir de Synthèse N°1** | | **Prof : Chouihi** |
| **Le : 13-12-22** | **Durée : 2heures** | | **Classe : 3M** |

## Exercice N°1 (5,5 points)




Dans la figure ci-dessus on a repréenté graphiquement une fonction f dans un repère orthonormé. A l'aide du graphique répondre aux questions suivantes :

1/ Déterminer les limites : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$.

2/ Déterminer, en justifiant, les limites : $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{f(x)+3}$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)+2x]$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)+1}{f(x)+3}$

3/ a/ Déterminer les équations réduites des tangentes et des demi-tangentes à la courbe C de f aux points d'abscisses respectives : (-1) ; 1 ; 4 et 6 (aucune justification n'est demandée)

b/ En déduire $f'_g(-1)$ ; $f'_d(-1)$ ; f '(4) et f '(6).

4/ Déterminer, en justifiant, les limites :

$\lim\limits_{x\to-1^-} \frac{f(x)+1}{x+1}$ ; $\lim\limits_{x\to-1^+} \frac{f(x)+x+2}{x+1}$ ; $\lim\limits_{x\to6} \frac{f(x)+\sqrt{x+3}-3}{x-6}$

## Exercice N°2 ( 5,5 points )

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+a}{x^2+x} & \text{si } x<0 \text{ et } x\neq-1 \\ \frac{\sqrt{x^2+3x}-2}{x-1} & \text{si } 0\le x<1 \\ \sqrt{4x^2-3x}+bx & \text{si } x\ge1 \end{cases}$

1/ a/ Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement.

b/ Montrer que f est prolongeable par continuité en (-1) si et seulement si a = - 5.

c/ Calculer $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ .

d/ Montrer que f est continue en 1 si et seulement si $b=\frac{1}{4}$

**On suppose dans la suite que a = -5 et b = $\frac{1}{4}$**

2/ Montrer que la droite D : $y=\frac{9}{4}x-\frac{3}{4}$ est une asymptôte de la courbe C de f au voisinage de +∞.

3/ a/ Montrer que f est dérivable en (-2) et que f '(-2) = $\frac{5}{4}$

b/ Montrer que f est dérivable en 2 et que f '(2) = $\frac{13\sqrt{10}+5}{20}$

## Exercice N°3 ( 5 points )

**NB : les questions 1/ 2/ 3/ et 4/ de cet exercices sont indépendantes !**

1/ a/ Montrer que pour tout $x\neq k\pi$ (k∈Z) : $8\cos x\cos(2x)\cos(4x)=\frac{\sin(8x)}{\sin x}$

b/ En déduire la valeur de $A=\cos\left(\frac{\pi}{9}\right).\cos\left(\frac{2\pi}{9}\right).\cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)$

2/ Recopiez sur votre copie le tableau suivant puis le compléter :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Coordonnées cartésiennes | A(-3, 3) | | C(3,$\sqrt{3}$ ) | |
| Coordonnées polaires | | B[2, $\frac{5\pi}{6}$] | | D[$2\sqrt{2}$ , $\frac{-\pi}{4}$ ] |

3/ a/ Montrer que pour tout réel x, on a :

$$cos^2x - 3sin^2x = 4\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\cos(x + \frac{\pi}{3})$$

b/ Montrer que pour tous réels a et b, 2cosa.cosb = cos(a+b) + cos(a – b)

c/ En déduire que pour tout réel x,

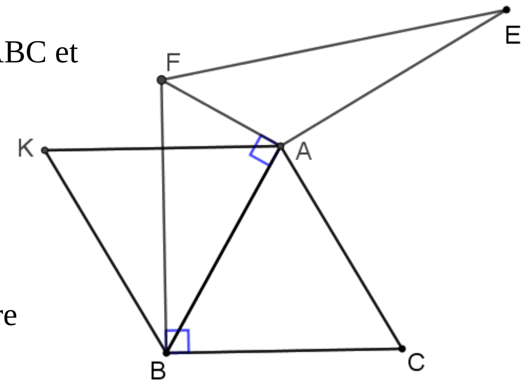
$$4\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2cos2x - 1$$

4/ Soit f(x) = 1 + cos2x + $\sqrt{3}$sin2x pour x∈IR.

a/ Montrer que f(x) = 1 + 2cos(2x – $\frac{\pi}{3}$ )

b/ Résoudre dans [0,π] l'équation : f(x) = 0

## Exercice N°4 ( 4 points )




Sur la figure ci-contre les triangles ABC et AKB sont équilatéraux, les triangles ABF et BCF sont rectangles respectivement en A et en B et le triangle AEF est tel que :

$\left(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AF}}\right) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$

1) Déterminer, en justifiant, la mesure principale de chacun des angles :
$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE})$ ; $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AF})$ et $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})$

2) Montrer que les droites (AK) et (BF) sont perpendiculaires.

3) Déterminer les ensembles Γ= {M∈P tel que $(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ } et

Γ'= {M∈P tel que $(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MF}}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$ }