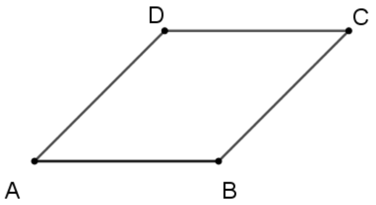
L. P. Kairouan	**Devoir de Synthèse N°1**	**Prof : Chouihi**
Le : 16-12-20	**Durée : 2heures**	**Classe : $3M_2$**

Exercice N°1 (4 points)

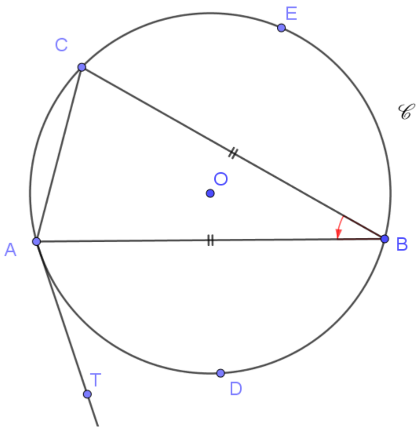
1) Calculer $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt{x^2+5}+\sqrt{5x-1}-6}{x-2}$

2) Le plan est orienté dans le sens direct.
Dans la figure ci-contre ABCD est un losange telque AB = 2 et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$



Calculer dét$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

3) Sur la figure ci-contre [AT) est tangente au cercle $\mathscr{C}$ en A, le triangle ABC est isocèle en B et $\left(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$.



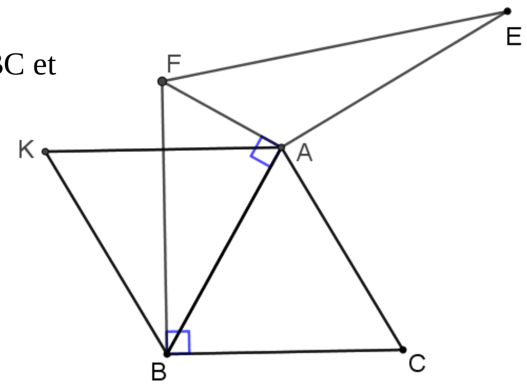
Sans justification, déterminer la mesure principale de chacun des angles suivant :

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$; $(\overrightarrow{AT}, \overrightarrow{AB})$; $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$;
$(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB})$ et $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB})$.

Exercice N°2 (3 points)

Sur la figure ci-contre les triangles ABC et AKB sont équilatéraux, les triangles ABF et BCF sont rectangles respectivement en A et en B et le triangle AEF est tel que :

$\left(\widehat{\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}}\right) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$



1) Déterminer, en justifiant, la mesure principale de chacun des angles :
$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})$; $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF})$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})$

2) Montrer que les droites (AK) et (BF) sont perpendiculaires.

Exercice N°3 (6 points)

On considère un carré ABCD de côté AB = 2a, a > 0.
On désigne par E et F les milieux respectifs des segments [CD] et [BC].

1) Montrer que les droites (AE) et (DF) sont perpendiculaires ;
on désigne par I leur point d'intersection.

2) a) Calculer, en fonction de a, AE et en déduire $\cos(\widehat{DAE})$.

b) En calculant , de deux manières, $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AE}$ déduire que IA = $\frac{4a\sqrt{5}}{5}$

c) Calculer, en fonction de a, IE et ED.

3) On désigne par O le milieu du segment [EF] et on considère l'ensemble Γ des points M du plan vérifiant : $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = a^2$.

a) Montrer que pour tout point M du plan on a :
$\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = 2OM^2 - a^2$.

b) Caractériser alors Γ.

Exercice N°4 (7 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-2x+5} + ax & \text{si } x \le 1 \\ \frac{x^3-3x^2-x+3}{x^2-4x+3} & \text{si } 1 < x < 3 \\ \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$ (a ∈IR)

1) a) Déterminer D_f .

b) f est elle prolongeable par continuité en 3 ?

2) Pour quelle valeur de a f est elle continue en 1 ?

On suppose dans la suite que a = 0

3) a) Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Montrer que la droite Δ : y = -x + 1 est une asymptote oblique à C_f au voisinage de -∞ .

4) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

5) Pour x ≠1, on pose $\varphi(x) = \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$. Etudier la limite de φ en 1.