L. Privé. Ibn Khaldoun Kairouan	Devoir de contrôle N°1	Prof : Chouihi
Le : 12 -11-21	Durée : 2heures	Classe : 3M

N.B : Il sera tenu compte de la clarté de la copie ainsi que de la rédaction

Exercice N°1 (6 points)

NB : Les questions 1/ , 2/ et 3/ de cet exercice sont indépendantes

1/ Soit f une fonction définie sur IR, tel que :

Pour tout $x \in IR$: $f(-x) + 3f(x) = 8x^4 + 4x^2 + 3$.

a/ Montrer que f est une fonction paire.

b/ En déduire l'expression de la fonction f.

2/ Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2}{x^2+4x+5}$

a) Montrer que f est définie sur $\mathbb{R}$

b) Justifier la continuité de f sur IR.

c) Montrer que f est minorée par 0 et majorée par 5 sur $\mathbb{R}$

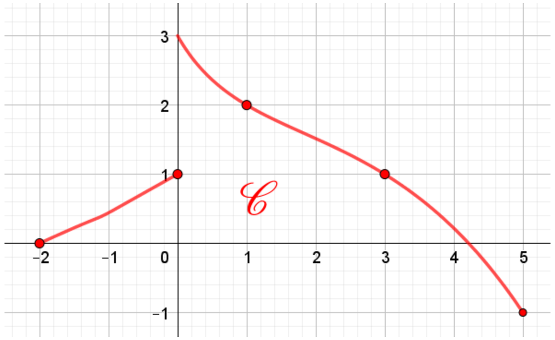
d) 0 est il un minimum de f sur $\mathbb{R}$?

e) 5 est il maximum de f sur $\mathbb{R}$?

3/ a/ Montrer que l'équation : $\sqrt{x+2} = x^2$ admet au moins une solution α dans [1,2].

b/ Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-3}.

Exercice N°2 (5 points)



Dans la figure ci-dessus on a représenté graphiquement une fonction f définie sur [-2,5]. Par lecture graphique :

a) Déterminer les intervalles sur les quels f est continue.

b) Déterminer f([-2,0]) et f([-2,3]) .

c) Résoudre l'inéquation: $2 \le f(x) < 3$ et en déduire le domaine de définition de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{1}{E(f(x))-2}$

d) Résoudre dans IR l'équation : E(f(x)) = 1

e) Résoudre dans IR l'équation : f(E(x)) = 1

N.B: On donnera une brève justification pour les questions c), d) et e)

Exercice N°3 (7 points)

Dans un plan P, on donne un rectangle ABCD tel que: AB = 8 et AD = 4

Soit E le point du segment [AB] défini par: AE = 2 et I le point d'intersection de (AC) et (DE).

1)a) Calculer: $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DE}$.

b) En déduire: $\cos(\widehat{ADE})$.

2) Montrer que les droites (DE) et (AC) sont perpendiculaires.

3) En calculant $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DE}$ de deux manières, déduire la distance DI.

4) On désigne par O le milieu du segment [AB] et on considère les ensembles:

$\Gamma = \{M \in P$ tel que : $3MA^2 + MB^2 = 128\}$

et $\Delta = \{M \in P$ tel que : $MA^2 - MB^2 = 64\}$

a) Montrer que Γ est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

b) Vérifier que $C \in \Delta$.

c) Montrer que Δ est la droite (BC).

Exercice N°4 (2 points)

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon r et soit A un point de C.

1/ Construire en justifiant un point M de $\mathscr{C}$ tel que $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OM} = \frac{r^2}{2}$

2/ Construire en justifiant un point N de $\mathscr{C}$ tel que $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{ON} = \frac{-r^2\sqrt{3}}{2}$