L. Privé. Ibn Khaldoun Kairouan	Devoir de contrôle N°1	Prof : Chouihi
Le : 20 -11-20	Durée : 2heures	Classe : 3M

N.B : Il sera tenu compte de la clarté de la copie ainsi que de la rédaction

Exercice N°1 (4 points)

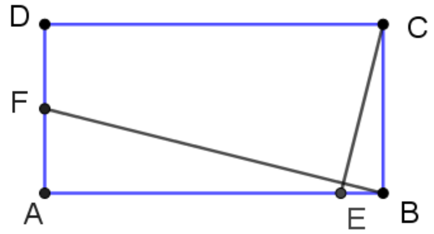
Calculer la limite de f en a dans chacun des cas suivants :

1/ $f(x) = \frac{x^3-3x^2+5x-6}{x^2-5x+6}$; a = 2 2/ $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x}$; a = 0

3/ $f(x) = \frac{\sqrt{3x-2}-\sqrt{4x-3}}{\sqrt{7x+2}-\sqrt{x+8}}$; a = 1 4/ $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+4}-4}{x^2-x-6}$; a = 3

Exercice N°2 (7 points)

Dans la figure ci-contre ABCD est un rectangle tel que : AB = 8 et AD = 4
On désigne par E le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,7) et par F le milieu du segment [AD].



1/ a/ Montrer que : $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{CA} = 48$.

b/ Etablir l'égalité : $8\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + 7\overrightarrow{CB}$

c/ Montrer que les droites (BF) et (CE) sont perpendiculaires.

2/ On désigne par Γ l'ensemble des points M du plan vérifiant :
$MA^2 + 7MB^2 = 192$.

a/ Vérifier que C ∈ Γ.

b/ Montrer que Γ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

3/ Déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan vérifiant : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MD} = 64$.

4/ On désigne par Δ l'ensemble des points M du plan vérifiant :
$MD^2 - MA^2 = 16$

a/ Vérifier que E∈Δ

b/ Montrer que Δ est la droite (AB) .

Exercice N°3 (9 points)

NB : Les questions 1/ , 2/ et 3/ et 4/ de cet exercice sont indépendantes

1/ Soit f une fonction définie sur IR, tel que :
Pour tout x∈IR : $f(-x) + 2f(x) = 5x^3 + 4x$.

a/ Montrer que f est une fonction impaire.

b/ En déduire l'expression de la fonction f.

2/ Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x^2+2x+2}$

a/ Montrer que f est définie sur ℝ

b) Montrer que f est minorée par 0 et majorée par 1 sur ℝ

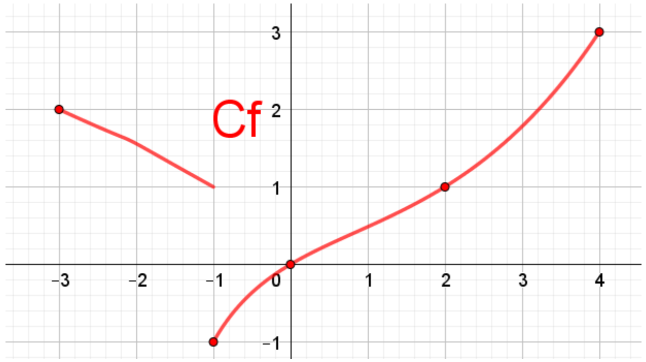
c) 0 est il un minimum de f sur ℝ ?

d) 1 est il maximum de f sur ℝ ?

3/ a/ Montrer que l'équation : $x^3 + 3x - 1 = 0$ admet au moins une solution α dans [0,1].

b/ Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.

4/



Dans la figure ci-dessus on a représenté graphiquement une fonction f définie sur [-3,4]. Par lecture graphique :

a) Déterminer les intervalles sur les quels f est continue.

b) Déterminer f([-1,2]) et f([2,4]) .

c) Résoudre l'inéquation: $0 \leq f(x) < 1$ et en déduire le domaine de définition de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{1}{E(f(x))}$

d) Déterminer le domaine de définition de la fonction h définie par :
$h(x) = \frac{1}{(E(f(x)))^2+E(f(x))}$

N.B: On donnera une brève justification pour les questions c) et d)