L. Pilote. Kairouan	**Devoir de contrôle N°1**	**Prof : Chouihi**
Le : 26 -11-20	**Durée : 2heures**	**Classe : 3M2**

N.B : Il sera tenu compte de la clarté de la copie ainsi que de la rédaction

Exercice N°1 (4 points)

Etudier la limite de f en a dans chacun des cas suivants :

1/ $f(x)=\frac{x^2-5x-14}{x^3+3x^2+5x+6}$; a = - 2

2/ $f(x)=\frac{x\sqrt{2}-\sqrt{2}+x^2-1}{x^2-2021x+2020}$; a = 1

3/ $f(x)=\frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{4x+1}}{\sqrt{7x+2}-\sqrt{4x+8}}$; a = 2

4/ $f(x)=\frac{x^2-5x+6}{x-E(x)}$; a = 3 (traiter à gauche et à droite en 3 puis conclure)

Exercice N°2 (8 points)

Soit ABCD un carré de centre O. On pose I = A*B, J = A*D et K = A*I .
On désigne par H le projeté orthogonal de A sur (DI).

1/ a/ Montrer que : $4\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{HJ}=HA^2+\overrightarrow{HI}.\overrightarrow{HD}$

b/ Montrer que : $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AD}=AH^2+\overrightarrow{HI}.\overrightarrow{HD}$

c/ En déduire que les droites (JH) et (HK) sont perpendiculaires.

2/ On pose AB = 2a avec a un réel strictement positif.
On rapporte le plan au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ tel que :

$\vec{i}=\frac{1}{2a}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{j}=\frac{1}{2a}\overrightarrow{AD}$.

a/ Déterminer les coordonnées de H.

b/ Retrouver, analytiquement, le résultat du 1/c/.

3/ a/ En exprimant $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DI}$ de deux manières, déduire que $DH=\frac{4\sqrt{5}}{5}a$

b/ Montrer que $AH=\frac{2\sqrt{5}}{5}a$

4/ a/ Vérifier que K est le barycentre des points pondérés (A,3) et (B,1).

b/ Déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan vérifiant :
$3MA^2+MB^2=28a^2$

5/ On désigne par Δ l'ensemble des points M du plan vérifiant :
$3MA^2+MB^2-4\overrightarrow{MK}.\overrightarrow{MI}=3a^2$
Montrer que Δ est la médiatrice du segment [AI].

Exercice N°3 (8 points)

NB : Les questions 1/ , 2/ et 3/ de cet exercice sont indépendantes

1/ Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{2x^2+4x-1}{x^2+1}$.

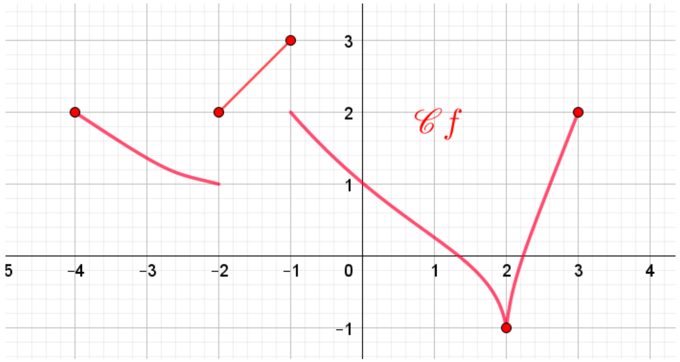
a) Montrer que f est minorée par – 2 et majorée par 3.

b) Montrer que – 2 et 3 sont des extremums de la fonction f sur IR.

2/ a) Montrer qu'il existe au moins $\alpha \in]0,1[$ tel que : $\alpha=\frac{1}{\alpha^2+3}$.

b) Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.

3/



Dans la figure ci-dessus on a représenté graphiquement une fonction f définie sur [-4,3]. Par lecture graphique : (aucune justification n'est demandée)

a) Déterminer les intervalles sur les quels f est continue.

b) Déterminer f([0,2]) et f([-4,2]) .

c) Déterminer l'ensemble des antécédants par f de]- 1,2].

d) Donner, suivant les valeurs du réel k, le nombre de solutions de l'équation : f(x) = k