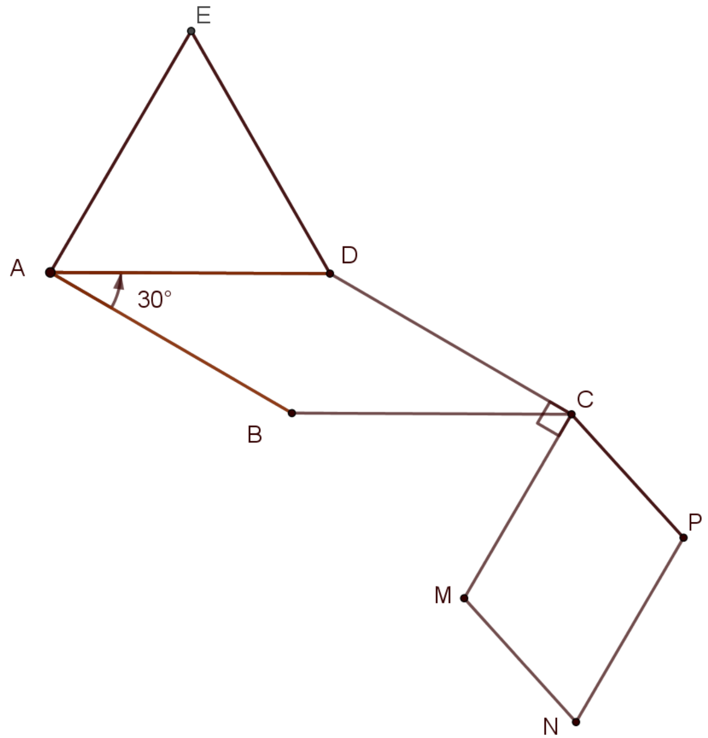
L. P. Kairouan	Devoir de contrôle N°1	Prof : Chouihi
Le : 05-11-19	Durée : 2heures	Classe : 3M2

N.B : Il sera tenu compte de la clarté de la copie ainsi que de la rédaction

Exercice N°1 **(4 points)**



Dans la figure ci-dessus ABCD est un losange tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

On construit le triangle équilatéral direct ADE et le parallélogramme CMNP tel que $(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CM}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

1) Sans justifier donner la mesure principale de chacun des angles : $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DE})$; $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC})$; $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CM})$ et $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AE})$

2) En justifiant, déterminer les mesures principales des angles $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.

3) Montrer que les droites (AE) et (PN) sont parallèles.

Exercice N°2 **(8 points)**

NB : Les questions 1) , 2) et 3) de cet exercice sont indépendantes

1) Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2+2}$

a) Montrer que f est minorée par 0 et majorée par $\frac{3}{2}$

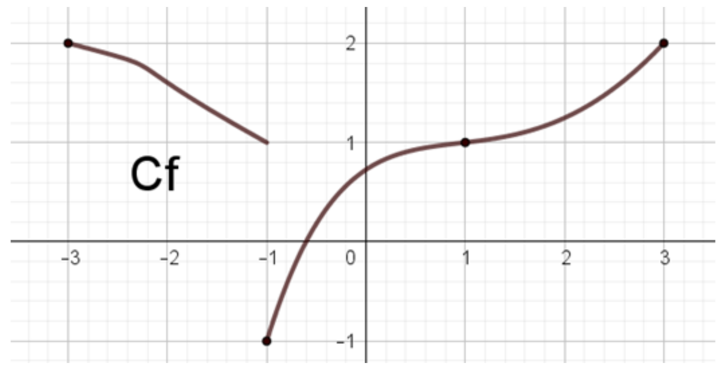
b) Montrer que 0 et $\frac{3}{2}$ sont des extremums de la fonction f sur IR.

2) Soit f une fonction continue sur [0, 1].

Montrer qu'il existe au moins un réel $c \in [0,1]$ tel que l'on ait :

$$3f(0) + 4f(1) = 7f(c).$$

3)



Dans la figure ci-dessus on a représenté graphiquement une fonction f définie sur [-3,3]. Par lecture graphique :

a) Déterminer les intervalles sur les quels f est continue.

b) Déterminer l'image de [-1,1] par f.

c) Résoudre l'inéquation: $1 \leq f(x) < 2$ et en déduire le domaine de définition de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{1}{E(f(x))-1}$

d) Déterminer le domaine de définition de la fonction h définie par :

$h(x) = \sqrt{1-\left(E\left(f(x)\right)\right)^2}$

N.B: On donnera une brève justification pour les questions c) et d)

Exercice N°3 **(8 points)**

Soit ABC un triangle tel que : AB = $2\sqrt{2}$, AC = 2 , $\widehat{BAC} = \frac{3\pi}{4}$ et I = B*C

Voir figure ci-dessous.

1/ a) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -4$

b) Montrer que les droites (AI) et (AC) sont perpendiculaires.

2/ On considère les points E et F définis par : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et ACFI est un rectangle.

a) En vérifiant que : $\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, calculer IE.

b) Calculer $\overrightarrow{IE}.\overrightarrow{AC}$ puis déduire la valeur de $\cos(\widehat{EIF})$.

3/ On pose J = I*E et K = J*E et on considères les ensembles :

$\Gamma = \{M \in P$ tel que : $MA^2 - 3MB^2 = \frac{-1}{2}\}$ et

$\Delta = \{M \in P$ tel que : $MA^2 - 3MB^2 + 2\,\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MI} = \frac{11}{2}\}$

a) Montrer que E est le barycentre des points pondérés (A,1) et (B, -3).

b) Montrer que Γ est un cercle de centre E dont on précisera le rayon.

c) Montrer l'équivalence : $M \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{EM}.\overrightarrow{EI} = \frac{13}{4}$

d) Vérifier que K appartient à Δ puis montrer que Δ est la médiatrice du segment [JE].