L. P. Kairouan	**Devoir de contrôle N°1**	**Prof : Chouihi**
Le : 09-11-18	**Durée : 2heures**	**Classe : 3M1**

Exercice N°1 (3,5 points)

Soit A et B deux points distincts et I le milieu du segment [AB].
Caractériser l'ensemble E dans chacun des cas suivants
(aucune justification n'est demandée)

1) E est l'ensemble des points M du plan vérifiant : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{MI}=0$.
2) E est l'ensemble des points M du plan vérifiant : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.
3) E est l'ensemble des points M du plan vérifiant :
$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MA\times MB$
4) E est l'ensemble des points M du plan vérifiant :
$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=-AM\times BM$
5) E est l'ensemble des points M du plan vérifiant : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BM}$

Exercice N°2 (5points)

NB : Les questions 1) , 2) et 3) de cet exercice sont indépendantes

1) Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\frac{3x^2+4x+3}{x^2+1}$
   a) Montrer que f est minorée par 1 et majorée par 5.
   b) Montrer que 1 et 5 sont des extremums de la fonction f sur IR.
2) Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = 2x – xE(x)
   a) Donner l'expression de f sur [-1,3[.
   b) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$
   c) Etudier, graphiquement, la continuité de f sur [-1,3[.
3) Soit f une fonction continue sur [1, 2] à valeurs dans [2, 4]
   Montrer que qu'il existe au moins un réel $\alpha\in[1,2]$ tel que : $f(\alpha)=2\alpha$

Exercice N°3 (5points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-2x}{x^2-3x+2} & \text{si } x<2\\ \sqrt{x^2-4}+x & \text{si } x\geq 2\end{cases}$

1/ Déterminer le domaine de définition D de f.

2/ Etudier la continuité de f en 2.

3/ la fonction f est-elle prolongeable par continuité en 1 ?

4/ a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-2x$

5/ a) Montrer que f est continue sur [2, + ∞[.

b) Justifier la continuité de f sur chacun des intervalles]-∞,1[et]1,2[.

Exercice N°4 (6,5 points)

Soit ABCD un carré de côté 3. On désigne par E et F les points tels que
$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF}=\frac{-2}{3}\overrightarrow{CB}$

1) a/ Montrer que $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DF}=-6$ et $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{DF}=-6$.
   b/ En déduire que les droites (DE) et (DF) sont perpendiculaires.
2) a/ Montrer que $\overrightarrow{FE}.\overrightarrow{FA}=28$.
   b/ Calculer les distance FE et FA. En déduire $cos\widehat{EFA}$.
3) On désigne par I le milieu du segment $[EF]$.
   On désigne par Γ l'ensemble des points M du plan vérifiant : $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF}=6$
   a/ Montrer que Γ est le cercle de centre I et de rayon $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
   b/ Montrer que A $\in\Gamma$.
   c/ la droite (AF) recoupe Γ en H , soit A' le point diamétralement opposé à A sur le cercle Γ.
   Montrer que : $\overrightarrow{FA}.\overrightarrow{FH}=-6$.
4) Soit $\mathscr{C}_k=\{M\in\mathcal{P}$ tel que : $5MC^2-2MB^2=k\}$, où k est un paramètre réel.
   a/ Vérifier que F est le barycentre des points pondérés $(C,5)$ et $(B,-2)$
   b/ Discuter selon k la nature de l'ensemble $\mathscr{C}_k$.