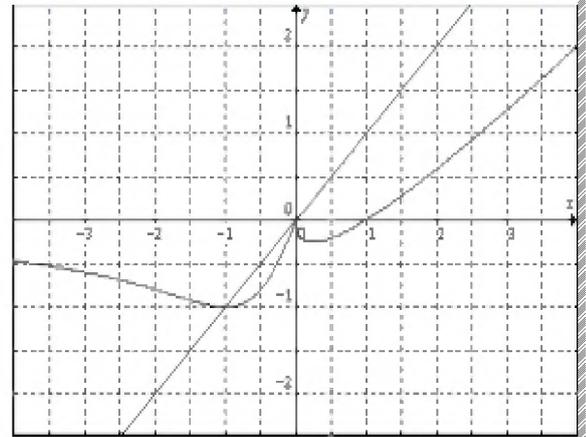


Exercice 1

La courbe (C_f) ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie et continue sur \mathbb{R} . (C_f) Admet en $-\infty$ une asymptote d'équation $y=0$ et une branche parabolique de direction la droite $y = x$ au voisinage de $+\infty$



- 1) a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x$.
- b) Etudier la position de (C_f) par rapport à $\Delta y = x$.
- 2) a) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- b) Déterminer $f(\mathbb{R})$ et $f(]-\infty, 0])$
- 3) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$
 - a) Déterminer l'ensemble des définitions de g .
 - b) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = \frac{1}{n}$ où n est un entier naturel non nul.

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3\cos x + \pi x - 1$

- 1) a) Montrer que pour tout réel x , on a : $\pi x - 4 \leq f(x) \leq \pi x + 2$.
- b) Calculer limite de f en $(+\infty)$ et en $(-\infty)$.
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(\sqrt{x})$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{2-\pi x^3}{2x^3+1}\right)$
- 2) a) Montrer que l'équation (E) : $3\cos x = -\pi x + 1$ admet dans \mathbb{R} une unique solution $\alpha \in \left]-\frac{\pi}{3}, 0\right[$
- b) Montrer que $\cos \alpha = \frac{1-\pi\alpha}{3}$ et $\tan \alpha = \frac{-\sqrt{9-(\pi\alpha-1)^2}}{1-\pi\alpha}$
- 3) donner le signe de f sur \mathbb{R} .
- 4) Montrer que la fonction h définie sur \mathbb{R}^* par $h(x) = \frac{-2+f(x)}{x}$ est prolongeable par continuité en 0 et déterminer son prolongement g .

Exercice 3

On considère le nombre complexe a tel que $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

- 1) a) Montrer que $|a| = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$.
b) Vérifier que $a = 2(1 + \cos\frac{\pi}{4}) + 2i\sin\frac{\pi}{4}$.
- 2) a) Montrer que $a = 4\cos^2\frac{\pi}{8} + 4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$.
(on donne $\sin 2x = 2\cos x \cdot \sin x$ et $\cos 2x = -1 + 2\cos^2 x$)
b) En déduire la forme trigonométrique de a .
c) Donner la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{8}$

Exercice 4

Dans l'annexe ci-jointe (O, \vec{u}, \vec{v}) est un repère orthonormé direct du plan et (C) le cercle de centre B , d'affixe $z_B = -1$ et de rayon 2. Les points $A(a)$, $P(p)$, $P'(p')$ et $Q(q)$ d'affixes respectives

$$a = 1, p = -2 + i\sqrt{3}, p' = \frac{p-1}{p+1} \text{ et } q = -\bar{p} \text{ avec } p \neq -1.$$

- 1) a) Déterminer la forme trigonométrique de $(p + 1)$.
b) Montrer que le point P appartient au cercle (C) .
- 2) a) Montrer que $(p' - 1)(p + 1) = -2$
b) En déduire que si P appartient au cercle (C) P' appartient à un cercle que l'on déterminera et le construire dans l'annexe.
c) Vérifier que $P' \neq Q$.
- 3) a) Montrer que les points A , P' et Q sont alignés.
b) En utilisant les questions précédente, placer le point Q et construire le point P' .

*Bonne
Chance*

Nom & prénom :

