



## DEVOIR CONTROLE n°2.

02/03/2021.

**4°sc3.**

**SMAALI.**

**Ex**

**1.**  
**6.5**

On considère une fonction  $f$  définie, continue et dérivable sur  $[0, +\infty[$ , dont son tableau de variation est le suivant :

$x$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	0	0	++++
$f$	1	0	2

- 1) Par les données du tableau :
  - a. Donner un encadrement de  $f(x)$ , pour tout  $x \geq 0$ .
  - b. Déterminer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-2}$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{f(x)-1}$
- 2) Soit  $F$  la primitive de  $f$  sur  $[0, +\infty[$  qui s'annule en 0.
  - a. Déterminer les variations de  $F$  sur  $[0, +\infty[$
  - b. Dédurre les signes de  $F(x)$  suivant les valeurs de  $x$  dans  $[0, +\infty[$ .
  - c. Déterminer l'équation de la demi-tangente  $T$  à la courbe de  $F$  au point d'abscisse 0.
- 3) Soit  $h$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $[0, 1]$ .
  - a. Montrer que  $h$  réalise une bijection de l'intervalle  $[0, 1]$  sur un intervalle  $K$  que l'on précisera.
  - b. Préciser l'ensemble de dérivabilité de  $h^{-1}$ .
  - c. Dresser le tableau de variation de  $h$ .
- 4) Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$ , par  $g(x) = \sqrt{2 - f(x)}$ 
  - a. Préciser l'ensemble de dérivabilité de  $g$ .
  - b. Préciser les équations de la demi-tangente au point  $(0; 1)$  et de la tangente au point  $(1; \sqrt{2})$
  - c. Tracer l'allure de la courbe de  $g$  dans un repère orthonormé.

**Ex**

**3.**  
**7.5**

- A. Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -1 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+3}}$ . On désigne par  $C_g$  la courbe représentative de  $g$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 1) a. Calculer les limites de  $g$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ , puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

**b.** Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}$ , on a :  $g'(x) = \frac{6}{(\sqrt{x^2+3})^3}$

**c.** Dresser le tableau de variation de  $g$ .

**d.** Calculer  $g(1)$ . En déduire le signe de  $g(x)$ , pour  $x \in \mathbb{R}$ .

**2) a.** Montrer que le point  $I(0, -1)$  est un centre de symétrie de la courbe  $C_g$ .

**b.** Tracer la courbe  $C_g$ .

**c.** Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $] -3, 1[$ .

On note  $g^{-1}$  la fonction réciproque de  $g$ .

**d.** Tracer dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe  $(C)$  représentative de  $g^{-1}$ .

**B.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2\sqrt{x^2 + 3} - x$ . On désigne par  $C_f$  sa courbe représentative dans un autre repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

**1) a.** Vérifier que :  $\forall x \in \mathbb{R}$ , on a :  $f'(x) = g(x)$ .

**b.** Dresser le tableau de variation de  $f$ .

**2) a.** Montrer que la droite  $\Delta : y = x$  est une asymptote à  $C_f$  en  $+\infty$ .

**b.** Calculer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + 3x$  puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

**c.** Tracer la courbe  $C_f$  ainsi que ses asymptotes.

**3) a.** Calculer :  $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx$

**b.** Déterminer l'aire (en u.a.) de la partie du plan limitée par la courbe  $C_g$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=0$  et  $x=1$ .

**Ex**

**4**

**6.**

À la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un barrage, on estime que :

- 65% de la population concernée est contre la construction de ce barrage et parmi ces opposants, 70% sont des écologistes.
- parmi les personnes non opposées à la construction, 20% sont des écologistes.

On interroge une personne au hasard.

On note par  $C$  et  $E$  les évènements :

$C$  « la personne interrogée est contre la construction du barrage »

$E$  « la personne interrogée est un écologiste »

**1) a.** Écrire les probabilités correspondantes aux données.

**b.** Construire un arbre pondéré complète traduisant la situation.

**2)** Calculer la probabilité qu'une personne interrogée

**a.** soit opposée au barrage et ne soit pas écologiste.

**b.** ne soit pas opposée au barrage et ne soit pas écologiste.

**c.** soit écologiste.

**3)** Un journaliste a interrogé une personne parmi les écologistes.

Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas contre la construction du barrage ?