E1

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x^3}{x^2+2x-3}$; $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{3x^2+1}+\sqrt{5x^2+4}-5}{x^2-2x-3}$; $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-5x^2+2x+2}{x^2+2x-3}$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^3-5x^2+2x+2}{x^5+2x-3}$;

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1-\sqrt{4x+1}}{1+\sqrt{4x+1}}$ $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+x+1}-2x$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^4-2x^2+2x+2}{4x^4+2x-3}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$; ; $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{|x|-2}{x^2-4}$;

$\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x+4}-3}$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2-1}-x-1$ $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{4x-1}{\sqrt{9x^2-x+3}}$; $\lim\limits_{x\to (-1)^-}\dfrac{x^2-1}{x-|x+1|+1}$;; $\lim\limits_{x\to +\infty}1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$;

$\lim\limits_{x\to (-2)^-}\dfrac{x^2-4}{|x+2|}$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(x^7-2x^5+2x^2+2\right)$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+5x+2}}{x}\right)$ $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{9x^2+3}-3x$

E2

Soit la fonction f définie par $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2+4} & \text{si } x\in\,]-\infty,1] \\ f(x)=\dfrac{2x^2+x-3}{x^2-3x+2} & \text{si } x\in\,]1,+\infty[\end{cases}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Etudier la continuité de f en 1.
3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$
   b) Montrer que la droite $\Delta : y=-x$ est une asymptote à Cf au voisinage de $-\infty$
4) f est-elle prolongeable par continuité en2 ? Interpréter graphiquement le résultat.
5) a) Montrer que Cf admet une asymptote horizontale D au voisinage de $+\infty$
   b) Etudier la position de Cf et D

E3

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\sqrt{9x^2+6x+5}$

1)a) Donner le domaine de définition de f.

b) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2)Déterminer alors : $\lim\limits_{x\to -\infty}\left[f(x)+(3x+1)\right]$ et $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f(x)-(3x+1)\right]$

3) En déduire que ζ_f admet deux asymptotes obliques au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$.

4) a) Montrer que pour tout réel x : $9x^2+6x+5>(3x+1)^2$

b) En déduire les positions de ζ_f par rapport à ses asymptotes.

E4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases} x^3+2x^2+x+2 & \text{si } x\le 0 \\ 1+\sqrt{x^2+1} & \text{si } x>0 \end{cases}$

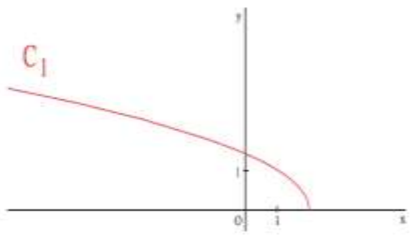
a) Montrer que la droite $\Delta : y = x+1$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $(+\infty)$.

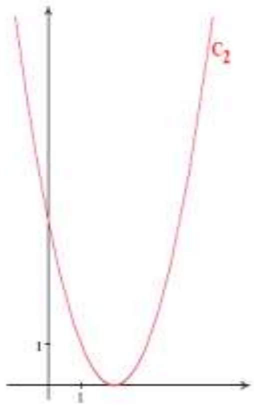
b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$; Interpréter graphiquement le résultat

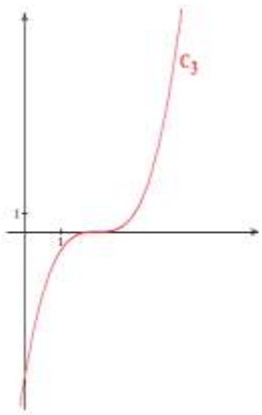
E5

Les courbes C1, C2 et C3 sont les représentations graphiques respectives des fonctions f, g et h définies respectivement par :

$x \mapsto \sqrt{2-x}$, $x \mapsto (x-2)^2$ et $x \mapsto (x-2)^3$.







1. Donner l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.
2. Déterminer graphiquement, les limites de chacune de ces fonctions en $-\infty$; puis les vérifier par des calculs.
3. calculer :

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}\ ,\ \lim_{x\to-\infty}\frac{g(x)}{x}\ ,\ \lim_{x\to-\infty}\frac{h(x)}{x}\ ,\ \lim_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}\ \text{et}\ \lim_{x\to+\infty}\frac{h(x)}{x}$$

Puis Interpréter graphiquement ces résultats et les comparer aux courbes.