

E 1 Soit f la fonction définie sur $]-\frac{3}{2}, +\infty[$ par $f(x) = -x + \ln(2x+3)$.

On désigne par ξ_f sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Étudier le sens de variation de f .

2°) Étudier la position relative de ξ_f et la droite $\Delta : y = -x$.

3°) Montrer que ξ_f admet une branche parabolique de direction celle de Δ .

4°) Construire ξ_f et Δ .

E 2 A/ Soit g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 2x\sqrt{x} - 3\ln x + 6$.

Préciser le sens de variations de g

Déterminer suivant les valeurs de x le signe de $g(x)$.

B/ Soit f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3\ln x}{\sqrt{x}} + x - 1$.

1°) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

2°) Déterminer le sens de variation de f .

3°) a- Soit Δ la droite d'équation $y = x - 1$ et ξ_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé. Montrer que Δ est une asymptote à ξ_f .

b- Étudier la position relative de ξ_f et de Δ .

c- Construire ξ_f et Δ

E 3 L'espace est rapporté à un repère orthonormé (O, i, j, k) . Les points A, B et C ont pour coordonnées $A(3; -2; 2)$, $B(6; 1; 5)$, $C(6; -2; -1)$.

Partie A

1) Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

2) Soit P le plan d'équation cartésienne : $x + y + z - 3 = 0$

Prouver que P est orthogonal à la droite (AB) et passe par le point A .

3) Soit P' le plan orthogonal à la droite (AC) et passant par le point A .

Déterminer une équation cartésienne de P' .

4) Déterminer un vecteur directeur de la droite D intersection des plans P et P' .

Partie B

1) Soit D le point de coordonnées $(0; 4; -1)$.

Prouvez que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC) .

2) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$

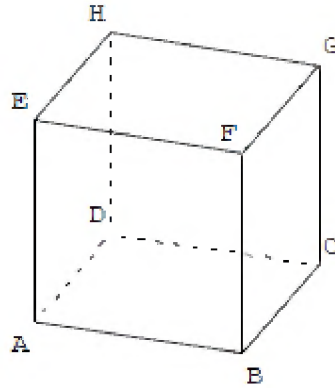
3) Prouver que l'angle $\widehat{BDC}$ a pour mesure $\pi/4$ radian.

4) a) Calculer l'aire du triangle BDC .

b) En déduire la distance du point A au plan (BDC) .

E 4 On considère le cube $ABCDEFGH$ de côté 1 dans l'espace muni d'un repère

orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. R est le milieu de $[BF]$, S est tel que $3\overrightarrow{ES} = 2\overrightarrow{EH}$, et T est le pied de la hauteur issue de S dans le triangle ARS .



1. a. Déterminer les coordonnées de R , et en déduire un système d'équations paramétriques de la droite (AR) .

b. Déterminer les coordonnées de S , et en déduire une équation cartésienne du plan P passant par S et perpendiculaire à la droite (AR) .

c. Trouver les coordonnées du point T .

d. Calculer l'aire du triangle ARS .

2. a. Calculer le volume du tétraèdre $ARSE$.

b. Calculer la distance du point E au plan (ARS) .

