Bac Blanc 2019	**DEVOIR SYNTHESE 3.** 4°Sciences Techniques.	Le : 18-05-2019 **(3 h).**
LHBD	**Lycée Habib Bourguiba-Dahmani** **Mr: Weili. Adel.**	4°T1.
LA²K	**Lycée Ahmed Amara- kef** **Mr: Smaali. Mondher.**	4°T2.

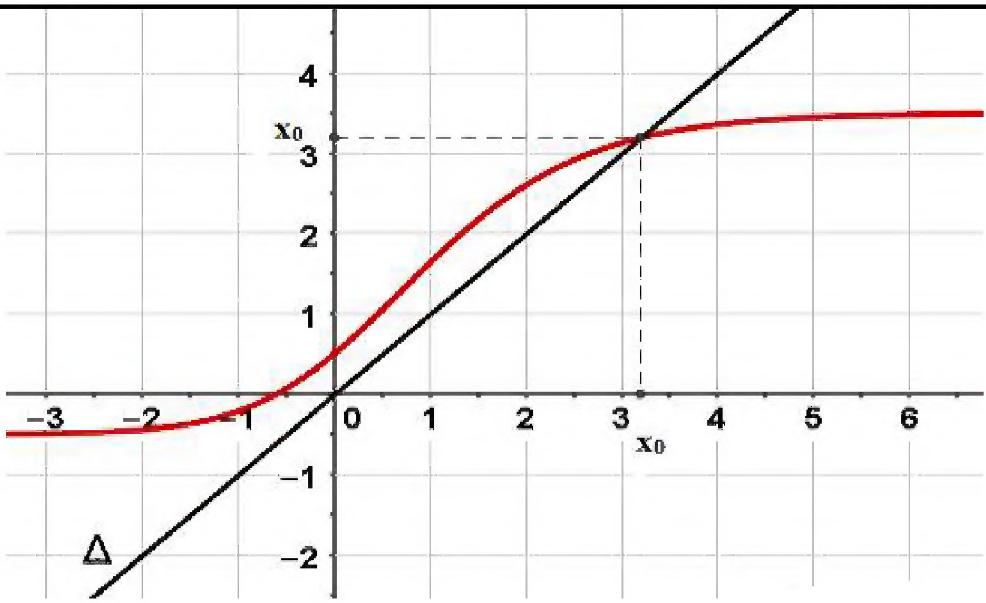
N.B :

Le sujet comporte 4 pages et 1 annexe à rendre avec votre copie.

Tenez bien à la clarté des rédactions et la propreté des copies.

L'utilisation des portables est interdite. Calculatrices sont autorisées.

Ex •



La courbe Γ ci-dessus est la représentation graphique, dans un repère orthonormé (O, i, j), d'une fonction f définie et continue sur IR.
Δ est la droite d'équation: y=x.
Γ et Δ sont sécantes en un seul point de coordonnée (x_0, x_0).

On considère la suite U définie sur IN par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n), \quad n \in IN \end{cases}$

1) montrer par récurrence que : $0 \le u_n \le x_0$, pour tout n∊IN.
2) dresser le tableau de signes de **f(x)-x**.
3) montrer que la suite U est croissante.
4) déduire que U est convergente et déterminer sa limite.

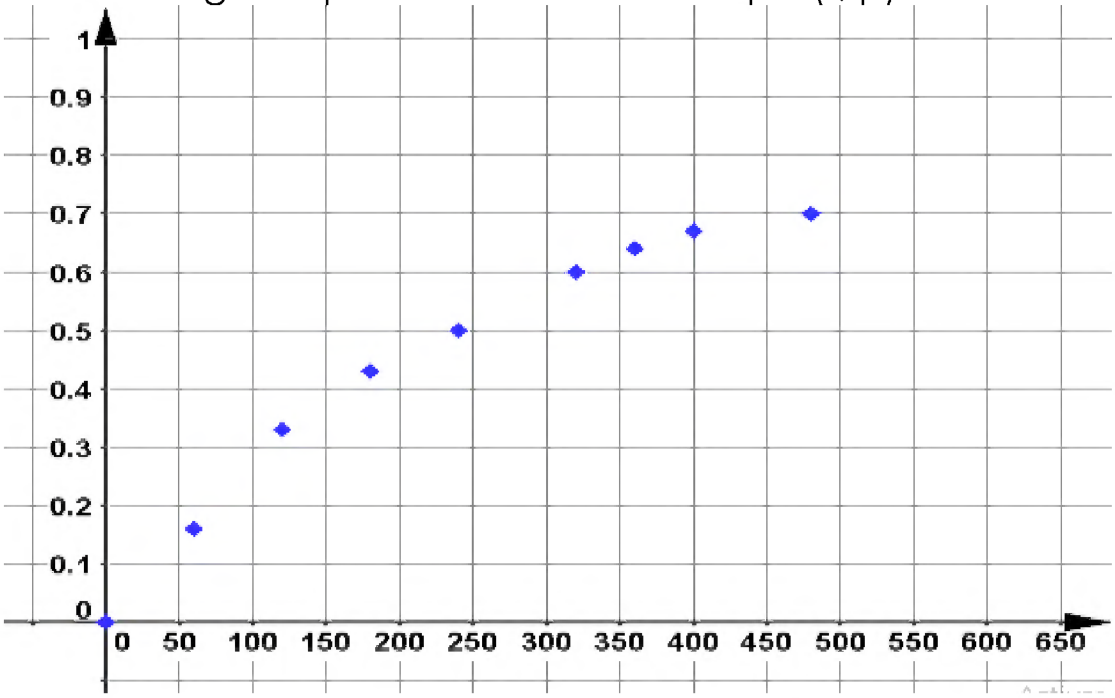
Ex

Une étude sur la durée de service à la caisse d'un magasin a donné les résultats suivants :

t	0	60	120	180	240	320	360	400	480
p	0	0,16	0,33	0,43	0,5	0,6	0,64	0,67	0,7

Où : **p** est la proportion de clients servis en une durée inferieure à un temps **t** (en secondes).

On donne le nuage de point de la série statistique (t, p).



1) un ajustement affine de cette série statistique est-il bien justifié ?

Ce nuage permet d'envisager un ajustement de type exponentiel.

On pose $\mathbf{Y} = \mathbf{ln}\left(\frac{1}{1-p}\right)$. les valeurs de Y, seront arrondies à 10^{-3} prés.

2)

a) recopier et compléter le tableau suivant :

t	0	60	120	180	240	320	360	400	480
Y	0	0,174	0,400	…	…	…	…	1,109	1,204

b) Calculer le coefficient de corrélation de la série (t ; Y).

c) Un ajustement affine de la série (t ; Y) est – il justifier ?

3)

a) déterminer, par la méthode de moindres carrés, une équation de la droite de régression de Y en t.

b) En déduire que l'expression de p en fonction de t est de la forme $\mathbf{p = 1+ \alpha . e^{\beta t}}$ où α et β sont deux réels dont on donnera les valeurs arrondies à 10^{-3} prés.

4)

a) Estimer la proportion des clients servis en une durée inférieure à 5 minutes.

b) Après combien de secondes, 90% des clients seront servis ?

Ex

A) La durée de vie V(en jours) d'une batterie électrique suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda>0$.

1) une batterie survit à une utilisation entre **10** et **20** jours avec une probabilité de **0,25**.
Montrer que la valeur de λ, est $\lambda = \frac{Ln2}{10}$

2) on prendra $\lambda \approx 0{,}07$. arrondir les résultats à 10^{-3} prés

<u>**a)**</u> Quelle est la probabilité qu'une batterie ne survive pas plus que **10** jours ?

<u>**b)**</u> Quelle est la probabilité qu'une batterie reste en état de fonctionnement après **20** jours ?

<u>**c)**</u> sachant qu'une batterie a fonctionné **10** jours, quelle est la probabilité qu'elle survivra encore moins que **20** jours ?

B) On dispose, dans une boite, un lot de **10** batteries dont **4** sont chargées et les autres sont déchargées.

1) une épreuve consiste à prélever au hasard, successivement et sans remise **3** batteries de la boite.

a. calculer la probabilité **p** d'obtenir une seule batterie chargée.

b. soit X la variable aléatoire donnant le rang k de la première batterie chargée tirée ($k \in \{1, 2, 3\}$); et 0 si pas de batterie chargée tirée.

Donner la loi de probabilité de X.

2) on répète l'épreuve précédente **n** fois de suite (les épreuves sont supposées indépendantes).

<u>**a)**</u> Déterminer, en fonction de n, la probabilité p_n d'obtenir au moins une seule fois une seule batterie chargée parmi les trois batteries prélevées.

<u>**b)**</u> Combien de fois au moins peut-on répéter l'épreuve pour que $p_n \geq 0{,}999$.

Ex

Soit f la fonction définie sur IR par $\mathbf{f(x)} = \frac{2}{(1+e^{-x})^2}$ dont sa représentation graphique Γ est donnée avec la droite Δ : y=x dans un repère orthonormé (O, i, j) en annexe.
Les droites d'équations y=2 et y=0 sont deux asymptotes àΓ.
Le point d'intersection de Γ etΔ est de coordonnées (α , α).

A)

1) Montrer que f est une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.

2) Vérifier que la fonction g définie sur J par $\mathbf{g(x)} = \mathbf{ln}\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{x}}\right)$ est la fonction réciproque de f.

3) déterminer **g($\frac{1}{2}$).** Tracer soigneusement la courbe Γ' de g dans le même repère que Γ. (en annexe)

B)

1) vérifier que $\mathbf{f(x)} = \frac{2\,e^x}{1+e^x} - \frac{2\,e^x}{(1+e^x)^2}$

2) on désigne par $\mathscr{P}$ la partie du plan limitée par la courbe Γ et les droites d'équations x=0, x=α et y=α.
On note $\mathscr{A}$ l'aire de $\mathscr{P}$.

a) Hachurer $\mathscr{P}$ (en vert).

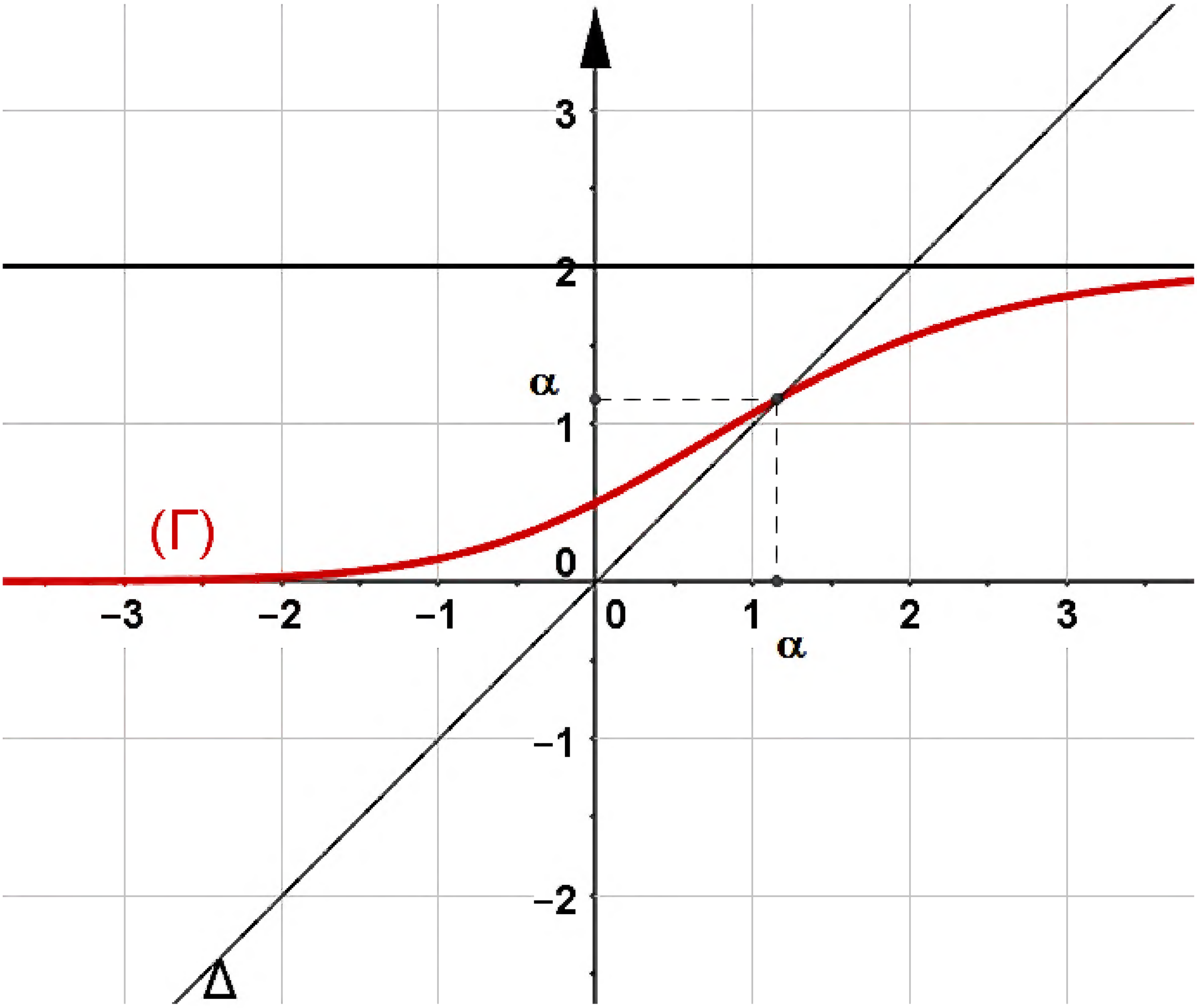
b) montrer que : $\mathscr{A} = \alpha^2 - 2\ln\left(\frac{1+e^{\alpha}}{2}\right) - \frac{2}{1+e^{\alpha}} + 1$

c) donner une interprétation géométrique de l'intégrale $\mathbf{I} = \int_{1/2}^{\alpha} \ln\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{x}}\right) dx$

d) en déduire, en fonction de α, la valeur de **I**.

3) Hachurer (en rouge) la partie $\mathscr{P}$ ' du plan limitée par les courbes Γ et Γ' et les deux axes du repère, puis déterminer son aire $\mathscr{A}$' en fonction de α.

Annexe.



Nom&Prénom.........................classe........n°.....