



DEVOIR CONTROLE n°2.

01/02/2020

3°M.

SMAALI.

Ex

1.
6.5

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$.

on désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j})

1. a) vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$; on a $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$

b) Montrer que la courbe (C) admet deux asymptotes Δ et Δ' que l'on précisera.

c) Montre que le point $I(1,0)$ est un centre de symétrie à la courbe (C)

2. a) Montrer que $f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$ pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Dresser le tableau de variation de f

3. Soit g la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

a) Montrer que g est dérivable sur $]1, +\infty[$ et déterminer $g'(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de g .

c) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$. Interpréter graphiquement ce résultat.

4. dans le même repère (o, \vec{i}, \vec{j}) , tracer Δ , Δ' , (C) et (C') la courbe de g .

Ex

2.
6

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (o, \vec{i}, \vec{j}) .

On désigne par A et B les points d'affixes : $Z_A = 2i$ et $Z_B = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

A tout point M d'affixe z , distinct de A , on associe le point M' d'affixe z'

défini par : $z' = \frac{z}{iz + 2}$.

1. a) Déterminer la forme cartésienne de z' lorsque $z = 2+i$

b) Déterminer la forme cartésienne de z lorsque $z' = 1 - i$

2. on pose $z = x + iy$

a) donner la forme algébrique de z' en fonction de x et y .

b) quel est l'ensemble des points $M(z)$ tel que : z' est réel ?

3. a) Montrer que le triangle OAB est isocèle en O .

b) Donner une mesure de l'angle (\vec{OB}, \vec{OA}) .

c) Donner un argument de Z_I ainsi que sa forme cartésienne, où $I = A * B$.

d) déduire les valeurs exactes de : $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Ex**3.**

3

Soit $f(x) = (1 + 2\sin 2x) \cdot \cos(x + \frac{\pi}{3})$.

1. calculer : $f(\frac{\pi}{6})$ et $f(-\frac{\pi}{12})$.
2. Résoudre l'équation : $f(x)=0$.
 - a) dans \mathbb{R} .
 - b) dans $]-\pi ; \pi]$.
 - c) dans $[\pi ; 5\pi [$.

Ex**4.**

4.5

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A, de sens direct.

On pose $J = A * C$, $K = A * B$ et $I = B * C$.

1. a) Montrer que la droite (AI) est la médiatrice du segment [JK].
b) Vérifier que $(\overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{BK}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.
2. a) Montrer qu'il existe une unique rotation R qui transforme A en B et J en K.
b) Montrer que la rotation R est de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
3. Soit Δ la droite passant par K et perpendiculaire à la droite (JK).
Les droites (JK) et (AI) se coupent en O.
Les droites Δ et (BC) se coupent en O'.
 - a) Montrer que $R(C) = A$.
 - b) Déterminer $R((JK))$ et $R((IA))$.
 - c) En déduire que $R(O) = O'$.