DEVOIR MAISON 1.
2017/2018
4°sc. T E C H.
S M A A L I.

Ex 1.	Partie A Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$ par : $g(x) = 2x^2 - 4\ln x + 4$. 1. Déterminer $g'(x)$. 2. Dresser le tableau de variations de g sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$ 3. Déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$. Partie B Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$ par : $f(x) = 2x - 3 + 4\dfrac{\ln x}{x}$. On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; i\ ; j)$. 1. Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat. 2. (a) Déterminer la limite de f en $+\infty$. (b) Démontrer que la droite D d'équation $y = 2x - 3$ est asymptote à la courbe C en $+\infty$. (c) Étudier la position de la courbe C par rapport à la droite D. 3. Déterminer $f'(x)$ 4. Dresser le tableau de variations de la fonction f. 5. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1\ ;2]$. 6. Pour quelle valeur de x_0 la courbe C admet-elle au point d'abscisse x_0 une tangente parallèle à D ? 7. Construire avec soin la droite D et la courbe C. Partie C 1. montrer que f admet des primitives sur $]0\ ;+\infty[$. 2. (a) On pose, pour tout nombre réel x strictement positif, $H(x) = (\ln x)^2$. Déterminer la dérivée de la fonction H. (b) Déduire F_0 la primitive de f qui s'annule en 1. 3. Dresser le tableau de variation de F_0.
Ex 2.	L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(6, 0, 0)$ $B(0, 6, 0)$; $C(0, 0, 6)$ et $D(-2, -2, -2)$ 1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés. b) On note P le plan (ABC). Déterminer une équation cartésienne du plan P.

	Dans la suite on prendra $P : X + Y + Z - 6 = 0$. c) Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P. d) Donner une équation paramétrique de la droite (OD). e) Soit H le projeté orthogonale de O sur P. Déterminer les coordonnées de H et montrer que $HA = HB = HC$ f) En déduire que (OD) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC. 2) Soit Q le plan médiateur du segment $[CD]$ a) Donner une équation cartésienne de Q. b) Montrer que la droite (OD) coupe Q en un point I dont l'on déterminera. 3) Soit S la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 24 = 0$. a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère S. b) Vérifier que les points A, B, C et D appartiennent à S.
Ex 3.	Soit (U_n) la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = 1 + \sqrt{U_n - 1} \end{cases}$ 1) a) Montrer que pour tout entier n ; on a, $1 < U_n < 2$ b) Montrer que (U_n) est croissante. c) En déduire que (U_n) est convergente vers une limite que l'on déterminera. 2) Soit (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \ln(U_n - 1)$ a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $1/2$. b) Déterminer la limite de V_n puis retrouver celle de U_n.