



DEVOIR CONTROLE 2

2017/2018
4^osc. TECH.
SMAALI.

Ex
1.

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{2x+2}{\sqrt{x^2+1}}$$

On note par (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1). Calculer les limites de f au bornes de son domaine D_f .
- 2). Déterminer $f'(x)$, pour $x \in \mathbb{R}$.
- 3). Dresser le Tableau de Variation de f .
- 4). Montrer que (C) a deux points d'inflexion A et B, dont on précisera les abscisses.
- 5). Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty, 0]$
Mq g réalise une bijection de $]-\infty, 0]$ vers un intervalle J qu'on précisera.
- 6). Tracer (C) et (C') : la courbe de g' dans le même repère.

Ex
2.

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{4} \\ u_{n+1} = f(u_n); n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

où $f(x) = \frac{2x}{1+2x}$; $x \in [0, +\infty[$.

- 1) Mq: f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.
- 2) a) Mq: $0 \leq u_n \leq \frac{1}{2}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.
b) Mq: $(u_n)_n$ est strictement croissante.
c) Mq: $(u_n)_n$ est convergente, et Déterminer sa limite l .
- 3) On pose: $v_n = 3^n \cdot \frac{u_n}{2u_n - 1}$, pour $n \in \mathbb{N}$.
a) Mq: (v_n) est une suite géométrique de raison 6.
b) Donner l'expression de v_n , et Dédurre que $u_n = \frac{2^n}{2 + 2^{n+1}}$.
c) Retrouver l .

Ex

3.

- 1) a) Calculer $(2+i)^{-1}$.
- b) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation (E): $Z^2 - (2-i)Z - 2i = 0$.
- 2) a) Développer: $(Z-i)(Z^2 - (2-i)Z - 2i)$
- b) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation (E'): $Z^3 + 2Z^2 + Z - 2 = 0$
- 3) a) Déterminer les racines carrées de i et de $-i$.
- b) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation (E''): $Z^6 - 2Z^4 + Z^2 - 2 = 0$
- 4) a) MQ: les ^{images des} solutions de (E') forment un triangle isocèle.
- b) MQ: les images des solutions non réelles de (E'') forment un carré.