LA²K

SMAALI.

MATHEMATIQUES.

DEVOIR CONTROLE n°2.

2H.

Le : **09-02-2016.**

4°T_2.

EXERCICE 1:

L'espace est rapporté à un RON $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points : **A (3, -2, 2) ; B (6, 1, 5) et C (6, -2, -1).**

(1) Montrer que le triangle **ABC** est rectangle en A, puis calculer son aire.

(2) Montrer que le plan **P** dont une équation cartésienne est **x+y+z-3=0**, passe par A et perpendiculaire à la droite (AB).

(3) Donner une équation cartésienne du plan **Q** passant par A et perpendiculaire à (AC).

(4) On considère la droite **Δ** donnée par le système de représentation paramétrique suivant :

$$\begin{cases} x = -1 + \mathrm{Ln}(e^2 . t) \\ y = 2 + 2\mathrm{Ln}(\frac{1}{t}) \\ z = \mathrm{Ln}(t) \end{cases} \qquad (t \in IR_+^*)$$

a- Montrer que les plans P et Q sont sécants suivant la droite Δ. (poser α =Ln(t)).

b- Vérifier que le point **D (0, 4, -1)** appartient à la droite Δ.

c- Vérifier que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC) et déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

(5)

a- Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires, et calculer le volume du tétraèdre ABCD.

b- déterminer une mesure (en radian) de l'angle$\widehat{BDC}$.

(6)

a- Calculer l'aire du triangle BDC.

b- Déduire la distance de A au plan (BDC).

(7) Préciser l'ensemble des points M (x, y, z) de l'espace vérifiant : $(x+y+z-3)^2+(x-z-1)^2=0$

(8) Déterminer les centres des sphères tangentes au plan P en A et de rayon $r = 3\sqrt{3}$.

(9) Soit **(S_m)** la sphère de centre B et de rayon m. (avec m∈IR*+)

a- Déterminer les valeurs de m pour lesquels (S_m) et P sont sécants suivant un cercle de rayon 3.

b- Préciser : ($S_5 \cap P$) puis ($S_6 \cap P$).

EXERCICE 2:

(A) On considère la fonction h définie sur]**0, e**] par $\mathbf{h(x) = 1 - x\sqrt{1 - Ln(x)}}$

Dont son tableau de variation est le suivant :

x	0		$\sqrt{e}$		e
$h(x)$	**a**	$\searrow$	$(1 - \sqrt{\frac{e}{2}})$	$\nearrow$	1

(1) Calculer h(1) et déduire que : a **> 0**.

(2) Déterminer la valeur de a.

(3) Montrer que l'équation h(x)=0 admet dans] $\sqrt{e}$, e] une unique solution α Puis vérifier que : 2,2 < α < 2,3.

(4) Donner le signe de h(x) suivant les valeurs de x.

(B) On considère la fonction f définie par $\mathbf{f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - Ln(x)}}}$

Et (C) sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(1) **a/** déterminer **I** le domaine de définition de f.

b/ vérifier que f(x) >0, pour tout x∈ **I.**

(2) **a/** montrer que f est prolongeable par continuité en 0.

b/ calculer la limite de f à gauche en **e**, et interpréter graphiquement le résultat.

(3) **a/** déterminer f'(x) et préciser son signe sur **I**.

b/ dresser le tableau de variations de f.

(4) **a/** montrer que la courbe (C) de f coupe la droite Δ : y=x en deux points dont on donnera les coordonnées.

b/ vérifier que f(x)-x=h(x).f(x)

c/ étudier alors, la position relative de (C) par rapport à Δ.

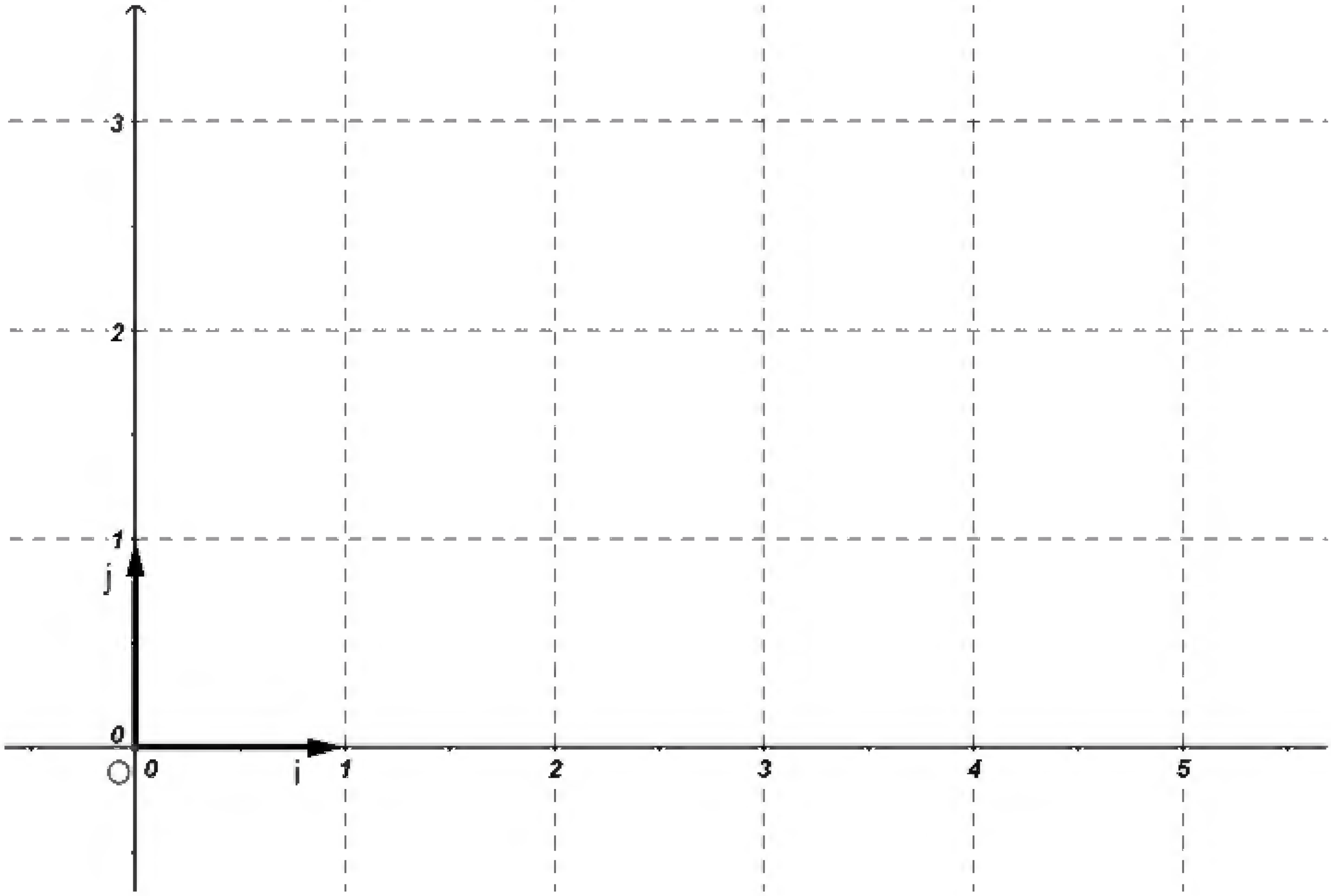
(5) **a/** déterminer une équation cartésienne de la tangente T à (C) au point d'abscisse1.

b/ tracer dans le repère ci-contre : Δ, T et (C).

(6) **a/** vérifier que f admet une fonction réciproque g définie sur]0, +∞ [.

b/ déterminer une équation cartésienne de la tangente (T') à la courbe (C') de g au point d'abscisse 1.

c/ tracer dans le même repère que (C), la droite (T') et la courbe (C').


3
2
1
j
0
O
0
i
1
2
3
4
5