LAK2

MATHEMATIQUES. SMAALI.

DEVOIR CONTROLE 3. 2H.

Le : 29-03-2016. 4°T2.

EXERCICE 1/. (6,5 pts)

Le secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel :

- les ingénieurs
- les opérateurs de production
- les agents de maintenance

Il y a 8 % d'ingénieurs et 82 % d'opérateurs de production.
Les femmes représentent 50 % des ingénieurs, 25 % des agents de maintenance et 60 % des opérateurs de production.

Partie A

On interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise.
On note :

- **M** l'événement : « le personnel interrogé est un agent de maintenance »
- **O** l'événement: le personnel interrogé est un opérateur de production»
- **I** l'événement : « le personnel interrogé est un ingénieur »
- **F** l'événement : « le personnel interrogé est une femme »

1) Construire un arbre pondéré correspondant aux données.
2) Calculer la probabilité d'interroger :
   a) un agent de maintenance
   b) une femme agent de maintenance
   c) une femme

Partie B

Le service de maintenance effectue l'entretien des machines, mais il est appelé aussi à intervenir en cas de panne. Pour cela une alarme est prévue. Des études ont montré que sur une journée :

- la probabilité qu'il n'y ait pas de panne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,002.
- la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme ne se déclenche pas est égale à 0,003.
- la probabilité qu'une panne se produise est égale à 0,04.

On note :

- **D** l'événement : « l'alarme se déclenche »
- **P** l'événement : « une panne se produit »

1) Démontrer que la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,037.
2) Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche.
3) Calculer la probabilité qu'il y ait une panne sachant que l'alarme se déclenche.

EXERCICE 2/. (8,5 pts)

Partie A

Soit **f** la fonction définie sur IR par : $f(x)=(x+1).e^{-x}$ et (C) sa courbe.

1) Déterminer les limites de **f** en $+\infty$ et $-\infty$.
2) Déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de **f** sur IR.
3) Donner une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 0.
4) Tracer (C) et T dans un R.O.N.

Partie B.

On considère la famille de fonction f_n définie sur IR par $f_n(x)=(x+1).e^{nx}$

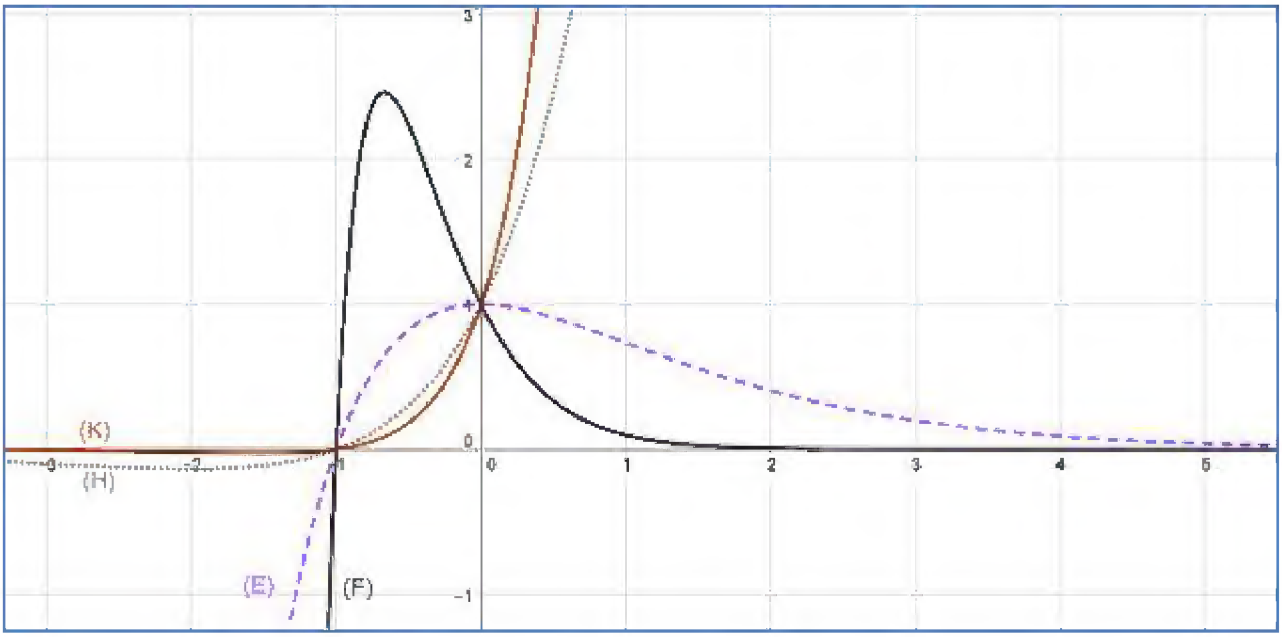
Où n est un entier relatif. On note par (C_n) la courbe de f_n dans un R.O.N.

On remarque que le cas $n=-1$ a été traité dans la partie A.

1)
   a) Quelle est la nature de la fonction f_0.
   b) Déterminer les points d'intersection des courbes (C_0) et (C_1).
   c) Vérifier que ces points appartiennent à (C_n) pour tout entier n.

2)
   a) Etudier suivant les valeurs de x, le signe de l'expression $(x+1)(e^x-1)$.
   b) En déduire, pour tout entier relatif n donné, les positions relatives des courbes (C_n) et (C_{n+1}).

3)
   a) Calculer $f_n'(x)$, pout tout réel x et tout entier n.
   b) Dresser, suivant les valeurs de n, le tableau de variation de f_n (On distinguera les deux cas : $n>0$ et $n<0$.)
   c) Le graphique suivant représente 4 courbes distinctes (E), (F), (H) et (K), correspondant aux 4 fonctions : f_{-1}, f_{-3}, f_1 et f_2.
   En justifiant votre réponse, identifier chaque courbe par sa fonction.



EXERCICE 3/. (5 pts)

(1) A/ Déterminer les réels a, b et c pour que $\frac{1}{x(x^2+1)}=\frac{a}{x}+\frac{bx+c}{x^2+1}$ pour tout x>0.

B/ Calculer l'intégrale $K=\int_{1/2}^{1}\frac{1}{x(x^2+1)}\,dx$

C/ En déduire, avec une intégration par parties, la valeur de l'intégrale

$$L=\int_{1/2}^{1}\frac{x.\mathrm{Ln}(x)}{(x^2+1)^2}\,dx$$

(2) Soit $I_n=\int_0^1 x^n.e^{-x}\,dx$, $n>0$

A/ Avec une intégration par parties, montrer que : $I_{n+1}=(n+1).I_n-\frac{1}{e}$

B/ Calculer I_1, puis déduire I_2 et I_3.