**MATHEMATIQUES.** **SMAALI.**

**DEVOIR SYNTHESE n°1.** **2H.**

**Le : 15-12-2015.** **4°T.2**

**EXERCICE 1: (5 pts).**

L'espace est rapporté au repère orthonormé (O, i , j , k ).

On considère les points A (2, 1, -1), B (-1, 2, 4), C (0, -2, 3), D (1, 1, -2) et le plan (P) d'équation x-2y+z+1=0.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

*Affirmation 1* : les points A, B et C définissent un plan.

*Affirmation 2* : une représentation paramétrique de la droite (AC) est : $\begin{cases} x = 2\alpha \\ y = 2 + 3\alpha \\ z = 3 - 4\alpha \end{cases} \quad (\alpha \in IR)$

*Affirmation 3* : la droite (AC) est incluse dans le plan (P).

*Affirmation 4* : une équation cartésienne du plan (ABD) est : x+8y-z-11=0.

*Affirmation 5* : les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

**EXERCICE 2: (7 pts).**

**1)**

**a-** Déterminer les racines carrées de (8-6i)

**b-** Résoudre dans C l'équation (E) : $Z^2-(3+i)Z+3i=0$

**2)** Soit le polynôme $P(Z)= Z^3-4Z^2+(4+i)Z-3i-3$

**a-** Calculer P (1-i)

**b-** Vérifier que $P(Z) = (Z-1+i)(Z^2-(3+i)Z+3i)$

**c-** Déduire les solutions de l'équation P(Z)=0

**3)** Dans le plan complexe muni d'un repère (O, u, v), on considère les points A (1-i), B(3) et C(i)

**a-** Montrer que : ABC est un triangle rectangle et isocèle en A.

**b-** Déterminer l'ensemble des points M(Z) vérifiant : $|Z-i|=|Z-3|$

**EXERCICE 3: (8 pts).**

Soit g la fonction définie sur]-1, +∞ [par g(x)= $-x + 2 + \frac{4}{\sqrt{x+1}}$

**1)**

**a-** Calculer les limites de g aux bornes de son domaine de définition.

**b-** montrer que la droite D : y= -x+2 est une asymptote à la courbe de g.

**c-** sans déterminer g'(x), calculer g'(0)

**d-** déduire une équation de la tangente T à la courbe de g au point d'abscisse 0.

**2)**

**a-** Montrer que g est dérivable sur]-1, +∞ [.

**b-** Montrer que pour tout x>-1, on a : g'(x)= $-1 - \frac{2}{\left(\sqrt{x+1}\right)^3}$

**c-** Montrer que pour tout $x \geq 0$, on a : $|g'(x)| \leq 3$

**d-** Déduire que pour tout $x \geq 0$, on a : $|g(x) - \alpha| \leq 3|x - \alpha|$

**3)**

**a-** Montrer que l'équation g(x)=x , admet dans]-1, +∞ [une solution unique α.

**b-** Vérifier que : 2 < α < 2,5.

**c-** Montrer que g admet une fonction réciproque **h** définie sur un intervalle K que l'on précisera.

**d-** Justifier que **h** est dérivable sur K.

**e-** Montrer que **h'**(α) = $\frac{-4}{4 + (\alpha - 1)^3}$

BAREME INDICATIF :

EXERCICE 1 : (0,5+0,5)x5.

EXERCICE 2 : (1,5+1) + (0,5+0,5+1) + (1,5+1).

EXERCICE 3 : (1+0,5+0,5+0,5) + (0,5+0,5+1+1) + (0,5+0,5+0,5+0,5+0,5)