REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCTION ***** EXAMEN DU BACCALAUREAT	Epreuve : MATHEMATIQUES	
	Section : Sciences expérimentales	
	Durée : 3h	Coefficient : 3
Lycée Bechri Prof : Lahmadi Adel	Mai 2017	

Exercice N°1 : (5points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé R $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Résoudre dans C, l'équation : $z^2 + 2\sqrt{3}\ z + 4 = 0$

2) On considère l'équation (E) ; $z^3 + 2(\sqrt{3} - 1)z^2 + 4(1 - \sqrt{3})z - 8 = 0$.

a) Vérifier que 2 est une solution de (E).

b) Résoudre dans C l'équation (E).

3) On considère A(z_1) B(z_2) avec $z_1 = 2$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ et I =A*B

a) Ecrire Z_2 sous la forme trigonométrique puis placer A et B dans le repère R.

b) Montrer que OAB est un triangle isocèle et en déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OI})$

c) Calculer OI et en déduire la forme trigonométrique de Z_I.

d) En déduire les valeurs exactes de cos $\frac{5\pi}{12}$ et sin $\frac{5\pi}{12}$

4) a) Résoudre dans C l'équation $z^5 = 2e^{i\theta}$ (avec$\theta \in$ IR)

b) En déduire les solutions de l'équation $z^{10} + 2\sqrt{3}\, z^5 + 4 = 0$

EXERCICE N°2 : (7 points)

On considère la fonction f définie sur]0,+∞ [par $f(x) = 1 + x \ln x$.
On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O;\vec{i}\,\vec{j})$. Toutes les aires considérées dans ce problème seront exprimées en unités d'aire.

Partie A

Le but de cette partie est de déterminer un encadrement de l'aire A du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe C_f et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$

On note M et N les points de C_f d'abscisses respectives 1 et 2, P et Q leurs projetés orthogonaux respectifs sur l'axe des abscisses.
La figure est donnée en annexe,

1. **a)** Montrer que f est positive sur [1,2],

b) Montrer que le coefficient directeur de la droite (MN) est 2ln2.

c) Soit E le point d'abscisse $\frac{4}{e}$

Montrer que, sur l'intervalle [1,2], le point E est l'unique point de C_f en lequel la tangente à C_f est parallèle à (MN).

d) On appelle T la tangente à C_f au point E.

Montrer qu'une équation de T est $y = (2\ln 2)\,x - \frac{4}{e} + 1$.

2. Soit g la fonction définie sur [1,2] par : $g(x) = f(x) - \left[\left((2\ln 2)x - \frac{4}{e} + 1\right)\right]$

a) Montrer que pour tout x de [1,2] : $g'(x) = 1 + \ln\left(\frac{x}{4}\right)$

b) Étudier les variations de g sur [1, 2] et en déduire la position relative de C_f et de la tangente T sur cet intervalle.

3. Soient M'et N' les points d'abscisses respectives 1 et 2 de la droite T.

On admet que la courbe C_f reste sous la droite (MN) sur l'intervalle [1,2] et que les points

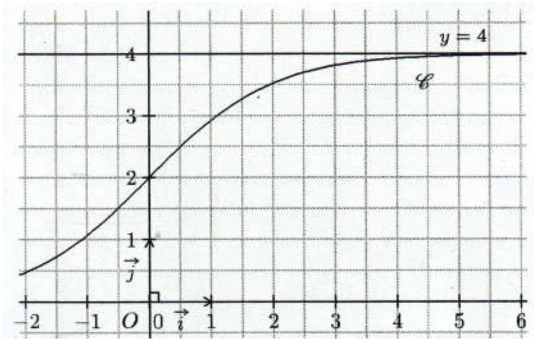
M'et N' ont des ordonnées strictement positives.
a) Calculer les aires des trapèzes MNQP et M'N'QP .
b) En déduire, à l'aide de la calculatrice, un encadrement de $\boldsymbol{A}$ d'amplitude 10^{-1}

Partie B

Le but de cette partie est de déterminer la valeur exacte de $\boldsymbol{A}$.

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_1^2 x\ln x dx$
2. En déduire la valeur exacte de $\boldsymbol{A}$.

Exercice N°3 : (4points



Soit f la fonction définie sur IR par :

$$f(t) = \frac{4e^t}{e^t+1}$$

Et sa courbe ζ représenté ci-contre. Pour tout entier naturel non n, on pose :

$$U_n=\int_{\ln n}^{\ln(n+1)} f(t)dt$$

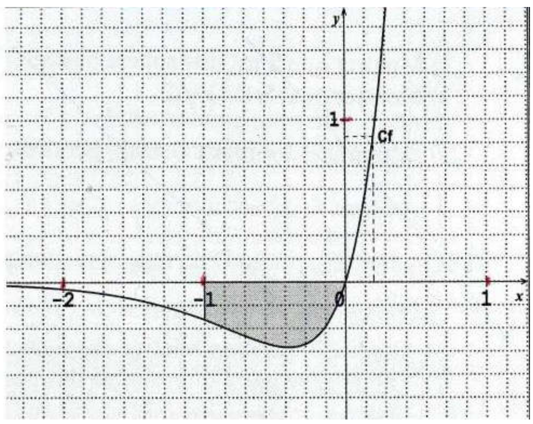
1) a)A l'aide de la courbe ζ, donner une interprétation géométrique de u_n
   b) Etablir que, pour tout n ≥ 1 , $u_n = 4\ln\frac{n+2}{n+1}$
2) On pose pour tout n ≥ 1, $S_n= \sum_{k=1}^{n} u_k$

   a)Montrer que $S_n=\int_0^{\ln(n+1)} f(t)dt$

   b) Interpréter alors S_n

   c) Déduire du l°) b) une expression simple de S_n.
3) a) Calculer, en unités d'aire, l'aire A(n) du domaine délimité par la courbe ζ et les droites d'équations y = 4, x = 0 et x = ln (n + 1).
   b) Déterminer la limite de A(n) lorsque n tend vers +∞.

Exercice N°4 : (4points)



On considère les équations différentielles :

(E_0) : y' - 3y = 0

et (E) : y' - 3y = e^{2x+1}

et la courbe C_f de la fonction f ci-contre solution de (E) définie sur IR

1/ Résoudre l'équation (E_0)

2/ Vérifier que la fonction g définie sur IR par $g(x) = -e^{2x+1}$ est une solution de l'équation (E).

3/Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si (f-g) est une solution de (E_0)

4/ En déduire les solutions de (E)

5/ a) Expliciter alors f(x)

b) Calculer l'aire A de le partie du plan colorée sur la figure

ANNEXE

Cette page ne sera pas à remettre avec la copie