Lycée Elbatan **Devoir de Synthèse N°1** **Classe : 3ECO$_{1-2}$**

prof: Ben Ammar jameleddine **De Mathématiques** **durée :2h**

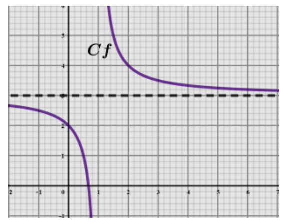
Exercice1 : (4pts)

Préciser la bonne réponse (pour chaque proposition, une seule réponse est correcte)

1) le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$ est:

a) $Df = \mathbb{R}$ b) $Df = \mathbb{R} - \{1\}$ c) $Df = \mathbb{R} - \{-3\}$

2) dans la figure ci-contre Cf est la représentation graphique d'une fonction f.



par lecture graphique, la limite de f quand x tend vers $+\infty$ est :

a) 0 b) 1 c) 3

3) $\lim\limits_{x \to -\infty}(-x^3 - 5x^2 - 4)$ est égale à :

a) -∞ b) -4 c) +∞

4) $\lim\limits_{x \to 2^+} \frac{5}{(2-x)^3}$ est égale à :

a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

Exercice2 : (4pts)

Soit la fonction g définie par: $\boldsymbol{g(x) = \frac{x^3-27}{x-3}}$

1)a) Déterminer le domaine de définition de la fonction g

b) f est-elle continue en 3 ? Expliquer

2) a) Montrer que pour tout $x \neq 3$; $g(x) = x^2 + 3x + 9$

b) déterminer alors $\lim\limits_{x \to 3} g(x)$?

3) calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$?

Exercice3 : (7pts)

Soit f la fonction définie par $\boldsymbol{f(x) = \frac{x^2+3x-7}{x+5}}$, et Cf sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthogonal $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) a) déterminer l'ensemble de définition de f ?

b) Déterminer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim_{x \to -5^-} f(x)$; $\lim_{x \to -5^+} f(x)$

c) en déduire que la courbe Cf admet une asymptote verticale dont on précisera son équation.

2) a) Montrer que pour tout réel $\neq -5$, $\boldsymbol{f(x) = x - 2 + \frac{3}{x+5}}$

b) calculer $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x-2)]$ et $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x-2)]$

c) en déduire que la courbe représentative Cf admet une asymptote oblique D dont on donnera une équation.

3) Étudier la position relative de la courbe Cf par rapport à son asymptote oblique au voisinage de $+\infty$.

Exercice4: (5pts)

On considère la suite récurrente $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :$U_0 = 4$ et pour tout entier naturel ,

$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) vérifier alors que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) soit la suite (V_n) definie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n - 2$

a) montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$?

b) exprimer (V_n) en fonction de n , puis calculer $\lim_{n \to +\infty} V_n$

3) Exprimer U_n en fonction de V_n , et en déduire $\lim_{n \to +\infty} U_n$

bonne chance