LYCEE SBEITLA

DEVOIR DE SYNTHESE N°2

PROF – BELLILI MONGI

DATE : 14 / 03 / 2012 , Durée : 3h

4ème tech

EXERCICE N°1 (06 pts)

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=x(\ln x-1) & \text{si } x\in]0,+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) a- Etudier la continuité de f à droite en 0

b- Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 puis interpréter graphiquement le résultat trouvé

c- Dresser le tableau de variation de f

d- Préciser la nature de la branche infinie de ζ_f au voisinage de $+\infty$ et préciser les coordonnées des point d'intersection de ζ_f avec l'axe des abscisses

e- Tracer la courbe ζ_f

2°) a- Montrer que la restriction g de f à l'intervalle $[1,+\infty[$ réalise une bijection sur un intervalle I que l'on précisera

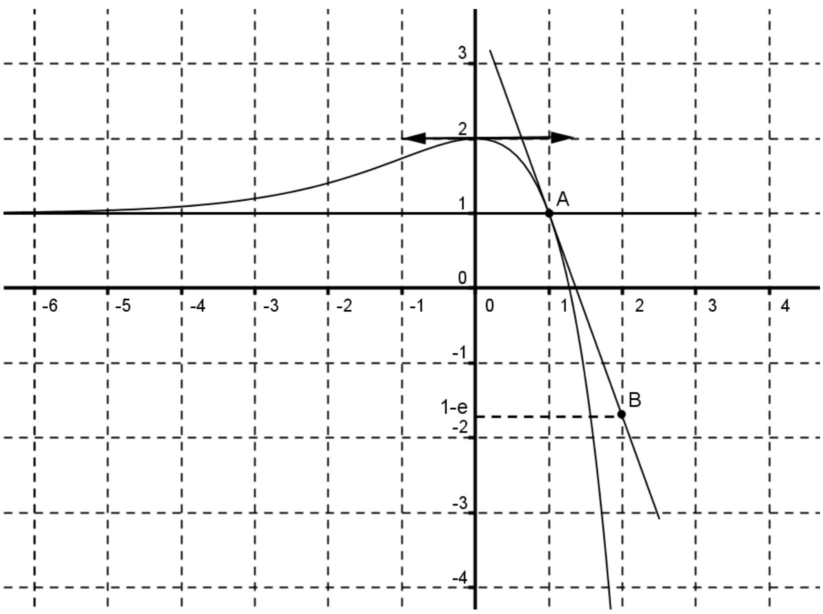
b- Tracer dans le même repère la courbe représentative $\zeta_{g^{-1}}$ de la fonction réciproque g^{-1} de g

EXERCICE N°2 (07 pts)

1°) Dans le graphique ci dessous, on tracé la courbe représentative Γ d'une fonction g définie, continue et dérivable sur IR

On sait que :

- La droite d'équation y = 1 est une asymptote à Γ au voisinage de $-\infty$
- L a courbe Γ admet une seule tangente horizontale au point d'abscisse 0
- La droite (AB) est tangente à la courbe Γ au point A
- L a courbe Γ coupe l'axe $(O,\vec{i})$ en un unique point d'abscisse α
- L a courbe Γ admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$ au voisinage de $+\infty$



Répondre graphiquement aux questions suivantes :

a- Déterminer : $\lim_{x\to-\infty} g(x)$, $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$

b- Déterminer : $g'(0)$ et $g'(1)$

c- Dresser le tableau de singe de g(x) sur IR

2°) On admet que : $g(x)=(1-x)e^{x}+1$

Et on considère la fonction f définie sue IR par : $f(x)=\frac{x}{e^{x}+1}+2$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

a- Montrer que : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ puis interpréter graphiquement le résultat

b- Calculer : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ puis montrer que la droite $\Delta : y=x+2$ est une asymptote de ζ_f au voisinage de $-\infty$

c- Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a: $f'(x)=\frac{g(x)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$

d- Montrer que : $f(\alpha)=\alpha+1$ puis dresser le tableau de variation de f

e- Tracer la courbe ζ_f et Δ (on prendra $\alpha=1,25$)

EXERCICE N°3 07 pts

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j};\vec{k}\right)$.

On considère les points $A(1,-1,0)$, $B(-3,0,3)$ et $C(1,1,2)$

1°) a- Vérifier que les points A, B et C définissent un plan P

b- Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est : $x-2y+2z-3=0$

2°) Vérifier que OABC est un tétraèdre puis calculer son volume V

3°) Soit S l'ensemble des points M(x,y,z) de l'espace tel que : $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z+2=0$

Et le plan P_m d'équation : $x-2y+2z-m=0$ ou $m\in\mathbb{R}$

a- Montrer que S est la sphère de centre le point $I(2,-1,1)$ et de rayon R=2

b- Etudier, suivant les valeurs de m, la position relative de plan P_m et la sphère S

4°) Dans cette question, on prend m = 3

Monter que P_3 coupe S suivant un cercle dont on précisera le centre H et le rayon r

BON TRAVAIL