Devoir de contrôle n°1
Prof – BELLILI MONGI
Date : 09-11-2011 Durée : 2h

4ème tech

EXERCICE N°1 *3 pts*

Pour chacune des questions suivantes ; on propose trois solutions dont une seule est exacte.
Recopier cette solution

I- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1/ Soit z un nombre complexe tel que $|z| = 2$. Alors le conjugué de z est :

a- $\frac{2}{z}$ b- $\frac{\sqrt{2}}{z}$ c- $\frac{4}{z}$

2/ On désigne par A et B les points d'affixes respectives i et $-i$. l'ensemble des points M d'affixe z tel que $\frac{z-i}{z+i}$ est réel est :

a- la médiatrice du segment [AB] b- la droite (AB) privée de B c- le cercle de diamètre [AB] privé de B

3/ Si M et M' sont deux points d'affixes non nuls respectives z et z' tel que $\arg(z') \equiv \arg(z)[2\pi]$ on a:

a- O, M et M' sont alignés b- $z = z'$ c- $|z'| = |z|$

II- Si f est une fonction continue sur l'intervalle $[2,5]$ tel que : $f([2,5]) = [-2,3]$ alors l'équation : $f(x) = -1$

a- n'admet pas de solution dans $[2,5]$ b- admet exactement une solution dans $[2,5]$ c- admet au moins une solution dans $[2,5]$

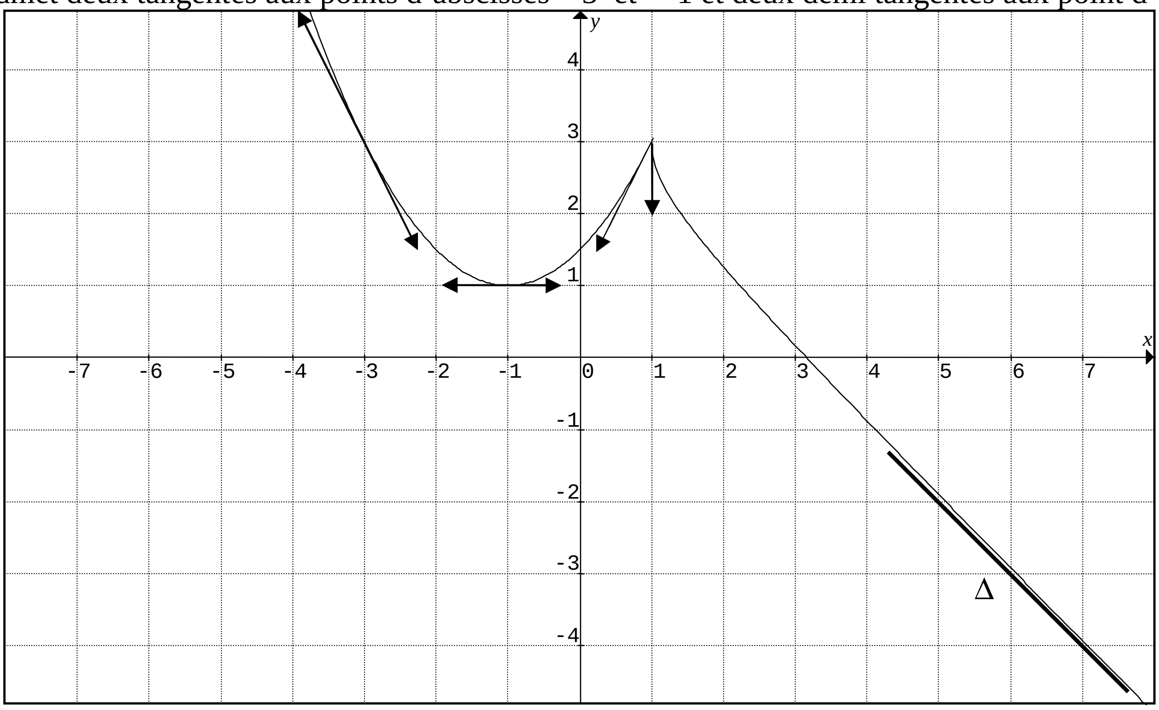
EXERCICE N°2 *5 pts*

Dans le graphique suivant, on a tracé la courbe ζ d'une fonction f définie sur IR

* ζ admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$ au voisinage de $-\infty$

* la droite d'équation Δ : y = - x + 3 est une asymptote à ζ au voisinage de $+\infty$

* ζ admet deux tangentes aux points d'abscisses – 3 et – 1 et deux demi tangentes aux point d'abscisse 1



Répondre aux questions suivantes graphiquement

1/ Déterminer : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x-3\right)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{f(x)-3}{x-1}$, $\lim\limits_{x\to2^+} f\left(\dfrac{1}{2-x}\right)$

2/ Déterminer : $f'(-1)$ et $f'_g(1)$

3/ Déterminer une équation de la tangente à la courbe ζ au point d'abscisse – 3

4/ Montrer que l'équation : f (x) = 0 admet dans IR une unique solution α puis donner un encadrement de α d'amplitude 1

EXERCICE N°3 5 pts

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{3x-2\sin x}{x} & ;\ \text{si } x<0 \\ f(x)=\sqrt{x^2+x}+1 & ;\ \text{si } x\geq 0 \end{cases}$

1/ a- Montrer que pour tout x < 0 on a : $\dfrac{3x+2}{x}\leq f(x)\leq\dfrac{3x-2}{x}$

b- Déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat

2/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x-\dfrac{3}{2}\right]$ puis interpréter géométriquement le résultat

3/ Etudier la continuité de f en 0 puis justifier f est continue sur $\mathbb{R}$

4/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 puis interpréter géométriquement le résultat

EXERCICE N°4 7 pts

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. on désigne par A et B les points d'affixes respectives : $-i$ et $-i\sqrt{3}$

A tout point M(z) on associe le point M'(z') tel que : $z'=\dfrac{iz-\sqrt{3}}{z+i}$

1/ Dans cette question on prend z = 1

a- Donner la forme algébrique de z'

b- Donner la forme trigonométrique de z'

c- Déduire les valeurs de $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$

d- Montrer que : $(z')^{510}$ est imaginaire pur

2/ a- Montrer que : $|z'|=\dfrac{BM}{AM}$ et que $\arg(z')\equiv\dfrac{\pi}{2}+\left(\widehat{\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}}\right)[2\pi]$

b- Déduire que si M appartient la médiatrice de [AB] alors le point M' appartient a un cercle que l'on précisera

c- Déterminer l'ensemble des points M tel que z' soit un réel non nul

BON TRAVAIL