Lycée Sbeitla 1 Date : 06 / 04 / 2017	DEVOIR DE CONTROLE N°4	PROF : BELLILI MONGI

Epreuve de mathématiques	Durée : 02 h	Coéfficient : 3	3^{ere} maths

EXERCICE N°1 (06 pts)

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = (\sin x)^2 + \cos x$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°)a- Monter que f est 2π - périodique .

b- En déduire que l'on peut étudier f sur l'intervalle $[0\,;\pi]$

2°)a- Montrer que pour tout x de IR, on a : $f'(x) = \sin x.(2\cos x - 1)$

b- Dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;\pi]$

3°) Tracer, dans la feuille annexe, la courbe (C ') de la restriction de f à l'intervalle $[-\pi\,;3\pi]$.

4°) soit g la fonction définie par : $g(x) = \dfrac{1-f(x)}{x}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 0$

Etudier la continuité et la dérivabilité de g en 0

EXERCICE N°2 (06 pts)

1°) On a tracé dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ (figure 2) , la courbe représentative de la fonction f définie sur $]-\infty,5[$ par : $f(x) = \dfrac{4}{5-x}$

Soit la suite (U_n) définie sur IN par: $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \dfrac{4}{5-U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a- Représenter sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite (U_n)

b- Conjecturer graphiquement : un encadrement, la monotonie et la limite de la suite (U_n)

2°) a- Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $1 \leq U_n \leq 4$

b- Etudier la monotonie de la suite (U_n) .

3°) On pose pour tout entier naturel n, $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n - 4}$

a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison : $q = \dfrac{1}{4}$

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

4°) On considère la somme : $S_n = \sum_{k=0}^{n} V_k$. Calculer S_n est montrer qu'elle bornée

EXERCICE N°3 08 pts

I°) Pour tout entier naturel n non nul, on considère les nombres :

$a_n = 2 \times 10^n + 1$ et $b_n = 2 \times 10^n - 1$

1°) a- Le nombre b_3 est-il composé ? Justifier votre réponse.

b- Le nombre $2^{1998} - 1$ est-il divisible par b_3 ? Justifier votre réponse.

2°) a- Montrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$, a_n est divisible par 3

b- En déduire le reste de la division euclidienne de : $2 \times 10^{2017} + 12$ par 3.

3°) Soit d un diviseur commun de a_n et b_n

a- Montrer que d est un diviseur de 2.

b- En déduire que a_n et b_n sont premiers entre eux.

c- Déterminer tous les entiers naturels x et y tels que : $201(x-2) = 199(y-3)$

II°) Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ le système : $S : \begin{cases} a.b = 2920 \\ a \vee b = 420 \\ a \leq b \end{cases}$

BON TRAVAIL

Annexe à rendre avec la copie

NOM :...PRENOM :...................................CLASSE...........

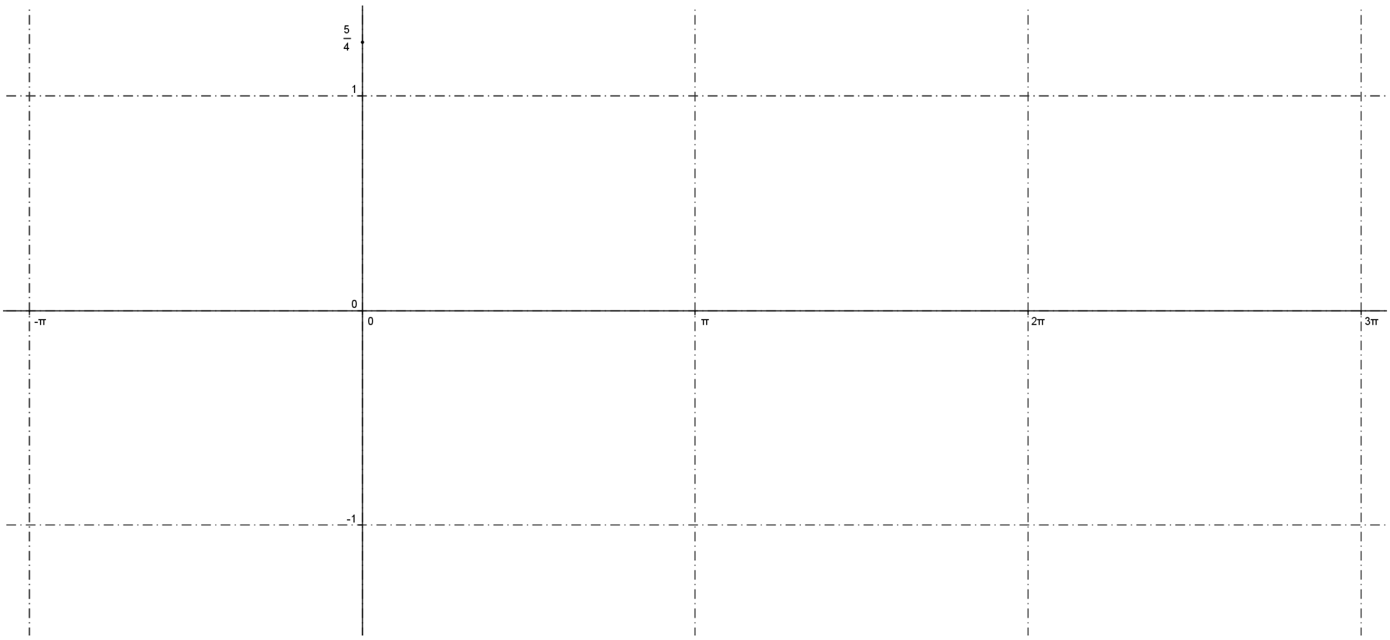

Figure 1

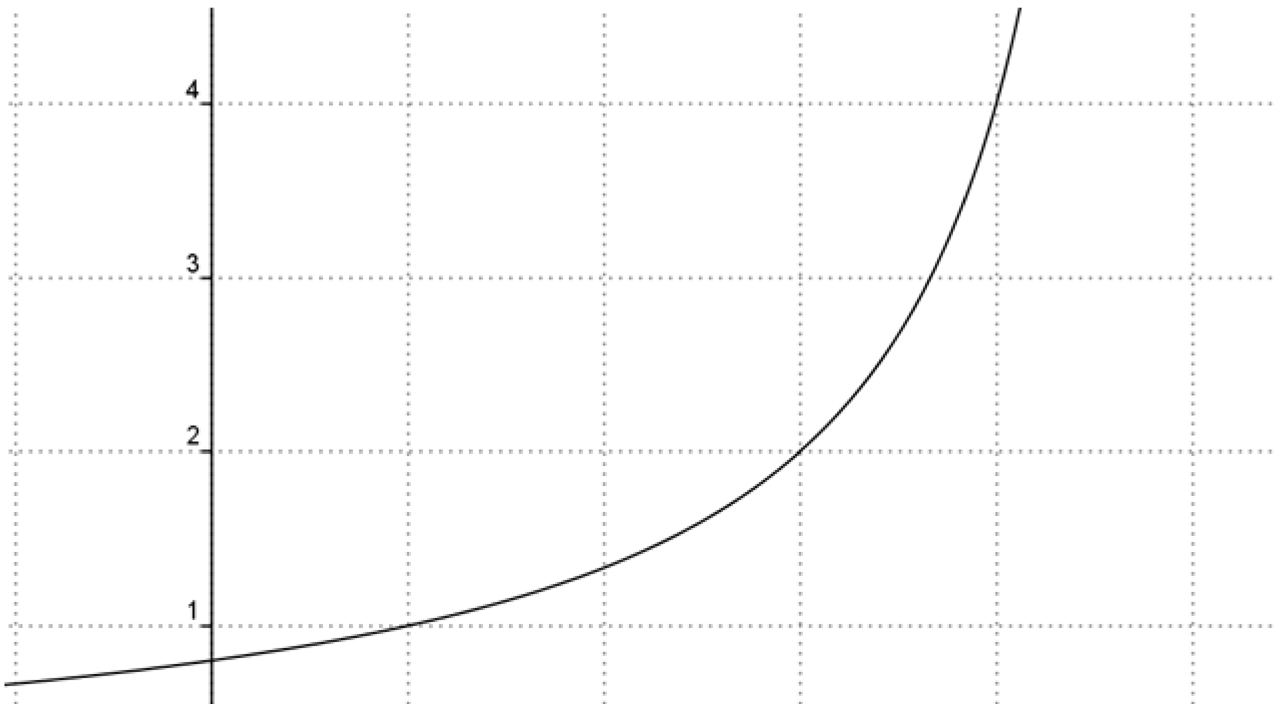

Figure 2