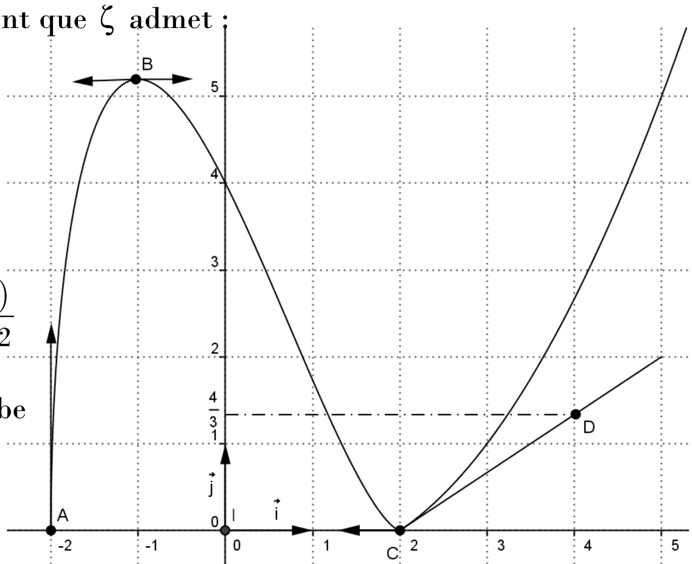
EXERCICE N°1 06 pts

I°) Soit f une fonction une fonction définie sur $[-2,+\infty[$ et dont la courbe représentative ζ dans un repère orthonormé est ci-contre. Sachant que ζ admet :

- Une demi- tangente verticale au point A
- Une tangente horizontale au point B
- Une demi- tangente horizontale au point C



Répondre graphiquement :

1°) Déterminer: $f'(-1)$; $\lim\limits_{x\to(2^-)}\frac{f(x)}{x-2}$ et $\lim\limits_{x\to(-2^+)}\frac{f(x)}{x+2}$

2°) L'équation de la demi-tangente [CD) à la courbe de f au point d'abscisse 2

II°) On suppose que la restriction g de f à l'intervalle $[-2,2]$ est définie par : $g(x)=(2-x)\sqrt{4-x^2}$

1°) Etudier la dérivabilité de f à droite en -2 et à gauche en 2 puis interpréter graphiquement les résultats.

2°) a- Montrer que g est dérivabilité $]-2,2[$ et pour tout $x\in]-2,2[$ on a : $g'(x)=\frac{2x^2-2x-4}{\sqrt{4-x^2}}$

b- Dresser le tableau de variation de g

EXERCICE N°2 04 pts

1°) Soit (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $U_n=\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$

Montrer que (U_n) converge et déterminer sa limite

2°) Pour tout entier non nul n, on pose : $S_n=\sum_{k=1}^{n}U_k=1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-.....+\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$

$a_n=S_{2n}$ et $b_n=S_{2n+1}$

a- Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on a, $b_n\geq a_n$

b- Montrer que : $n \in \mathbb{N}^*$, on a, $a_{n+1} - a_n = \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}} - \dfrac{1}{\sqrt{2n+2}}$ puis déduire que (a_n) est croissante.

c- Montrer que (b_n) est décroissante.

d- Montrer que les suites (a_n) et (b_n) sont adjacentes.

e- Montrer que (S_n) converge vers un réel α et que : $S_4 \leq \alpha \leq S_5$

EXERCICE N°3 (05 pts)

1°)a- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

b- Ecrire les solutions sous forme exponentielle

2°) Pour tout $z \in \mathbb{C}$; on pose : $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3}+i)z^2 + 4(1+i\sqrt{3})z - 8i$

a- Montrer que le nombre complexe : $z_0 = 2i$ est une racine de l'équation : $P(z) = 0$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$

3°) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$,

On donne les points : $A(\sqrt{3}-i)$; $B(\sqrt{3}+i)$ et $C(2i)$

a- Placer les points A , B et C

b- Montrer que le quadrilatère OABC est un losange

EXERCICE N°4 (05 pts)

L'éspace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points : $A(-1,0,1)$, $B(1,4,-1)$, $C(1,-2,-1)$ et $D(1,-1,2)$

1°) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

2°) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -12.\vec{i} - 12.\vec{k}$

Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC

3°) a- Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétrêdre ABCD

b- Soit K le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC). Calculer la distance DK

BON TRAVAIL