

EXERCICE N°1 (08 pts)

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

1°) a- Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat

b- Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que : $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

c- Dresser le tableau de variation de f

d- Tracer la courbe représentative ζ de f

2°) a- Montrer que f réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur $[0, 2[$, on note f^{-1} sa fonction réciproque

b- Tracer dans le même repère la courbe ζ' de f^{-1}

c- Etudier graphiquement la dérivabilité de f^{-1} à droite en 0 et préciser $(f^{-1})'_d(0)$

d- Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout réel $x \in [0, 2[$

EXERCICE N°1 (04 pts)

Soit f la fonction définie sur $] -1, 1[$ par : $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

1°) Justifier que f admet une unique primitive F sur $] -1, 1[$ qui prend la valeur 1 en 0

2°) Soit G la fonction définie sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ par : $G(x) = F(\sin x)$

a- Montrer que G est dérivable sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ et que $G'(x) = \sin^2 x$

b- Déduire $G(x)$ en fonction de x . (on rappelle que : $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$)

c- Calculer $F\left(\frac{1}{2}\right)$ et $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

EXERCICE N°3 (08 pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points : $A(1, 0, -2)$, $B(-5, -1, 0)$ et $C(-3, 1, 1)$

1°) a- Montrer que les points A , B et C déterminent un plan

b- Montrer qu'une équation cartésienne du plan $P = (ABC)$ est : $x - 2y + 2z + 3 = 0$

2°) Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace vérifiant : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 10 = 0$

a- Montrer que (S) est une sphère de centre $I(2, -1, 1)$ et de rayon $R = 4$

b- Calculer le volume du tétraèdre $ABCI$.

3°) a- Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ passant par le point I et perpendiculaire au plan P

b- Montrer que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle ζ dont on précisera le centre H et le rayon r .

c- Déterminer les équations cartésiennes des plans Q_1 et Q_2 parallèles à P et tangents à (S)

BON TRAVAIL