

سلسلة تمارين عد 05 - أس 9 - أساسي

الترتيب و المقارنة في \mathbb{R} + الجذاءات المعتبرة و العبارات الحرفية

أهم القواعد:

* a و b عددين حقيقيين: $a \leq b$ يعني $a - b \leq 0$, $a \geq b$ يعني $a - b \geq 0$
 * a و b و c أعداد حقيقية: $a \leq b$ يعني $a + c \leq b + c$, $a \leq b$ يعني $a - c \leq b - c$

* a و b و c و d أعداد حقيقية: إذا $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$ فإن $a + c \leq b + d$

* a و b و c أعداد حقيقية: - إذا كان $c < 0$ فإن $a \leq b$ يعني $ac \geq bc$

- إذا كان $c > 0$ فإن $a \leq b$ يعني $ac \leq bc$

* إذا كان a و b لهما نفس العلامة و مخالفين للصفر فإن: $a \leq b$ يعني $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

* إذا كان a و b موجبين فإن: $a \leq b$ يعني $a^2 \leq b^2$, $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ يعني $a \leq b$

* إذا كان a و b سالبين فإن: $a \leq b$ يعني $a^2 \geq b^2$

* إذا كان a و b عددين حقيقيين فإن: $|a| \leq |b|$ يعني $a^2 \leq b^2$

* مهما يكن العددين الحقيقيين a و b فإن: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

التمرين الأول:

(1) قارن العددين الحقيقيين في كل حالة: $4\sqrt{2}$ و $\sqrt{8} + 2$, $\sqrt{8} - 3$ و $\sqrt{7} - 1$, $2\sqrt{3} + 3$ و $3\sqrt{2} + 4$

(2) استنتج مقارنة لمايلي: $2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 5$ و $7\sqrt{2} + 4$, $6\sqrt{2} - 9$ و $3\sqrt{7} - 3$, $-4\sqrt{3} - 6$ و $-6\sqrt{2} - 8$

$$\frac{1}{4\sqrt{2}} \text{ و } \frac{1}{2}(\sqrt{2}-1) , \quad 2\sqrt{2}+1 \text{ و } \sqrt{7}+3$$

$$(3) \text{ بين أن } \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+3} \text{ معتمدا على مقارنة العددين } 3\sqrt{2}+4 \text{ و } 2\sqrt{3}+3$$

التمرين الثاني:

$a < b$ و a و b عددين حقيقيين حيث

$$(1) \text{ برهن أن } 2a < a+b \text{ و } a+b < 2b , \text{ (2) استنتج حصرا للعدد } a+b$$

$$(3) \text{ نعتبر } a \text{ و } b \text{ عددين موجبين . قارن : } \frac{a+3}{a} \text{ و } \frac{b+3}{b} , \frac{a^2-2}{a^2} \text{ و } \frac{b^2-2}{b^2}$$

$$(4) \text{ قارن } \frac{a}{a+b} \text{ و } \frac{b}{a+b} \text{ إذا كان } a \text{ و } b \text{ عددين سالبين}$$

التمرين الثالث:

$$(1) \text{ و } x \text{ و } y \text{ عددان حقيقيان حيث } x \leq y . \text{ قارن : } -\frac{5}{3}x-1 \text{ و } -\frac{5}{3}y-1 , \text{ و } 2x-11y \text{ و } 5x-14y$$

$$(2) \text{ في هذا السؤال } x \text{ و } y \text{ عددان حقيقيان يحققان } x + \frac{\sqrt{5}}{2} \leq y$$

$$\text{قارن : } x \text{ و } y - \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ ثم } x + \frac{\sqrt{45}}{2} \text{ و } y + \sqrt{5}$$

$$(3) \text{ بين أنه مهما يكن العددان الحقيقيان الموجبان قطعا } x \text{ و } y \text{ فإن : } \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}} < \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{y}}$$

$$(4) \text{ بين أنه في حالة } x \text{ و } y \text{ موجبين قطعا حيث } y > x \text{ فإن : } \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{x} < \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{y}$$

$$(5) \text{ استنتج من خلال السؤال (3) أنه في حالة } \sqrt{x}-\sqrt{y}=2 \text{ و } \sqrt{x}+\sqrt{y}=8 \text{ فإن } \sqrt{\frac{x}{y}} > \frac{1}{4}$$

التمرين الرابع:

(1) نعتبر العدد $a = 2\sqrt{75} - 4\sqrt{12}$. اختصر العدد a

(2) نعتبر $b = 2 + \sqrt{3}$. قارن بين العددين a و b

(3) بين أن b و $2 - \sqrt{3}$ عددان مقلوبان .
(4) بين أن $2 - \sqrt{3} < \frac{1}{2\sqrt{3}}$

(5) قارن العددين $7\sqrt{2}$ و $5\sqrt{2}$ ثم أحسب القيمة المطلقة للعدد $7 - 5\sqrt{2}$

التمرين الخامس:

(1) أحسب: $(1 + \sqrt{3})^2; (2 + \sqrt{5})^2; (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2; (2\sqrt{3} - 1)^2; (\sqrt{5} - 2\sqrt{7})^2; (\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{2})^2; (3\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$

$(2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1); (7 - 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2}); (-2 + 3\sqrt{5})(2 - 3\sqrt{5}); (-4 - \sqrt{11})(4 - \sqrt{11})$

(2) فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية:

$A = x^2 + x + \frac{1}{4}; B = x^2 - 2\sqrt{2} + 2; C = x^2 - 3; D = x(x + 2) + x^2 - 4; E = x^2 + 2x - 8; F = x^2 + 4x - 5$

التمرين السادس:

(1) فكك العبارة $A = (x + 2)(2x - 1) - 2x - 4$ إلى جذاء عوامل حيث $x \in \mathbb{R}$

(2) أحسب القيمة العددية لـ A في الحالات التالية: $x = \sqrt{3}; x = \frac{1}{2}; x = 0$

(3) جد الأعداد الحقيقية x حيث $A = 0$ ، $B = x^2 + 4x + 4$ لتكن العبارة

أ- فكك العبارة B إلى جذاء عوامل ، ب- استنتج مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $A = B$

التمرين السابع:

نعتبر العبارتين: $A = 2x(2x - \sqrt{3}) - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 2x)$ و $B = 6x + 4 - \sqrt{5}(3x + 2)$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(1) أنشر و اختصر العبارة A ، (2) استنتج تفكيكا للعبارة A ، (3) أحسب A في حالة $x = 1 + \sqrt{2}; x = 1$

(4) استنتج مقلوب $2-\sqrt{3}$ ، (5) فكك إلى جذاء عوامل العبارة B ، (6) جد x حيث $|B|=\sqrt{5}-2$

التمرين الثامن:

نعتبر: $A=(x-1)(5x+2)$ و $B=4x^2-(x+1)^2$ حيث x عدد حقيقي

(1) أحسب القيمة العددية لـ B في حالة: $x=1$; $x=\sqrt{2}$

(2) فكك العبارة B إلى جذاء عوامل ، (3) استنتج تفكيكا إلى جذاء عوامل للعبارة $A+B$

(4) جد x حيث $A+B=4x^2-4x-4$

التمرين التاسع:

نعتبر: $E = \frac{x^2}{4} - x - 3$ و $F = \frac{x^2}{4} + x + 1$ حيث $x \in \mathcal{R}$

(1) فكك العبارة F إلى جذاء عوامل ، (2) جد x حيث $F = 0$ ، (3) بين أن $E = (\frac{x}{2} - 1)^2 - 4$

(4) استنتج تفكيكا للعبارة E ، (5) جد x حيث $E = 0$ ، (6) أحسب العبارة $E + F$

(7) استنتج تفكيكا إلى جذاء عوامل للعبارة $E + F$

التمرين العاشر:

(1) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A=25x^2-20x+4$ حيث $x \in \mathcal{R}$

(2) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $B=4-25x^2+(5x-2)(x+3)$

(3) استنتج تفكيكا للعبارة $A+B$ ، (4) جد x حيث A و B عددان متقابلان

التمرين الحادي عشر:

نعتبر: $A=x^2-6x-7$ و $B=(x+1)(2x-3)-x^2+1$ حيث $x \in \mathcal{R}$

(1) بين أن $A=(x-3)^2-16$ ، (2) استنتج تفكيكا للعبارة A

(3) فكك إلى جذاء عوامل العبارة B ، (4) احسب قيمة A في حالة $x=-\sqrt{3}$. نسمي القيمة المتحصل عليها a

(5) أحسب قيمة B في حالة $x = -\sqrt{3}$. نسمي القيمة المتحصل عليها b

(6) قارن العددين a و b ثم استنتج أن $5 + \sqrt{3} < 6\sqrt{3}$

(7) أحسب ab و b^2 ، أحسب $(\sqrt{3} - 1)(3\sqrt{3} - 2)$

(9) اختصر العدد C حيث $c = \frac{11 - 5\sqrt{3}}{a}$ ، أحسب العدد bc . ماذا تستنتج؟

(11) قارن العددين $\frac{1}{a}$ و C