SECTION : SCIENCES EXPERIMENTALES

E.P :Bechri
A.S :2008/2009
Niveau :4Sc-Exp

Devoir de synthèse N°1

Durée :2h
Date ;5/12/08
Prof :Lahmadi.A

Exercice N°1

(3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le condidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse
choisie . Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut **1** point , une réponse fausse ou l'abscence de réponse vaut **0** point .

1. Une solution de l'équation $2z+\bar{z}=9+i$ est	**a.** 3 **b.** i **c.** 3+i
2. Soit $z \in \mathbb{C}$ vérifiant $z+\lvert z\rvert=2+i$. L'écriture algébrique de z est :	**a.** $\frac{3}{4}-i$ **b.** $\frac{3}{4}+i$ **c.** $-\frac{3}{4}+i$
3. Soit z un nombre complexe . $\lvert z+i\rvert$ est égal à :	**a.** $\lvert z\rvert+1$ **b.** $\lvert z-1\rvert$ **c.** $\lvert i\bar{z}+1\rvert$

Exercice N°2

(7 points)

Pour tout nombre complexe z , on définit : $P(z)=z^3+2(\sqrt{2}-1)z^2+4(1-\sqrt{2})z-8$

1. Calculer $P(2)$. Déterminer une factorisation de $P(z)$ par (z-2)

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$.

On appelle z_1 et z_2 les solutions de l'équation autres que 2 , z_1 ayant une partie imaginaire positive.

Vérifier que $z_1+z_2=-2\sqrt{2}$. Déterminer le module et un argument de z_1 et de z_2.

3. a. Placer dans le plan ,muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$ les points : A d'affixe 2 , B et C d'affixes respectives z_1 et z_2 , et I milieu de $[AB]$

b. Démontrer que le triangle OAB est isocèle.

En déduire une mesure de l'angle $(\vec{U};\overrightarrow{OI})$

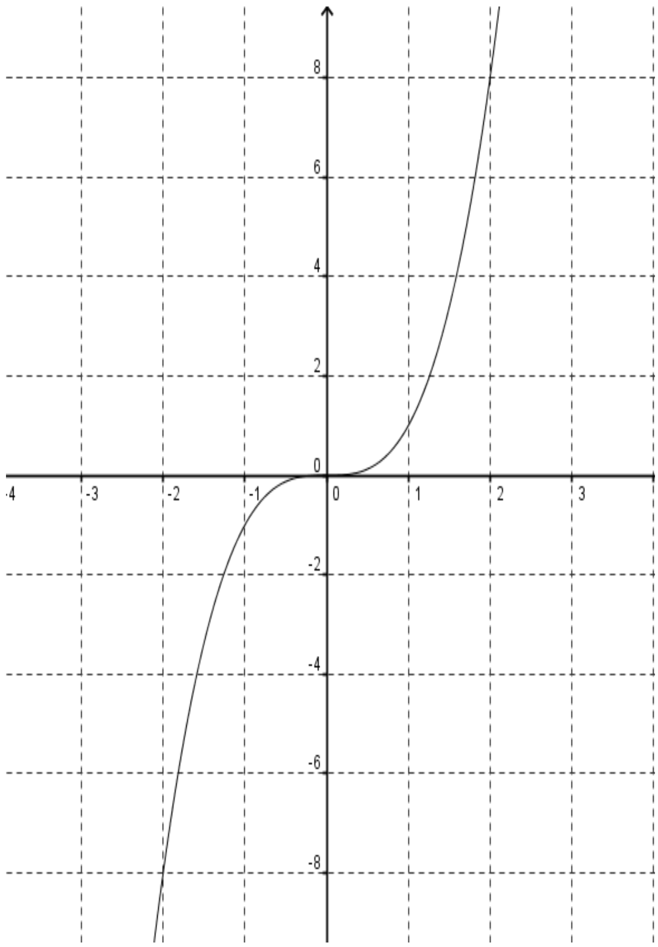
c. Calculer l'affixe z_I de I , puis le module de z_I.

d. Déduire des résultats précédents les valeurs exactes de $\cos\frac{3\pi}{8}$ et $\sin\frac{3\pi}{8}$.

Exercice N°3 (4 points)

Soit l'équation **(E)** : $x^3 - 3x + 1 = 0$

1. En utilisant la courbe d'équation $y = x^3$, indiquer comment on peut conjecturer le nombre de Solutions de l'équation **(E)** . Localiser ces solutions sur le graphique ci – dessous



y=x³

2. On désigne par f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x + 1$

a. Etudier les variations de f .

b. Montrer que l'équation **(E)** admet exactement trois solutions que l'on notera α_1, α_2 et α_3 telles que : $\alpha_1 \langle \alpha_2 \langle \alpha_3$

c. A l'aide d'une calculatrice , proposer des valeurs approchées à 10^{-3} près de α_1, α_2 et α_3

Exercice N°4 **(6 points)**

On considère les suites (U_n) et (V_n) définies sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 1 \quad ; \quad V_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n + V_n}{2} \quad ; \quad V_{n+1} = \dfrac{U_{n+1} + V_n}{2} \end{cases}$

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $d_n = V_n - U_n$

Démontrer que la suite (d_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

En déduire une expression de d_n en fonction de n .

2. Démontrer que les suites (U_n) et (V_n) sont adjacentes .

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $W_n = \sum_{p=0}^{n}(V_p - U_p) = (V_0 - U_0) + (V_1 - U_1) + \ldots + (V_n - U_n)$

a. Donner l'expression de W_n en fonction de n .

b. Exprimer $\sum_{p=0}^{n-1}(U_{p+1} - U_p)$ en fonction de W_n , puis en fonction de U_n et de U_0

En déduire l'expression de U_n en fonction de n .

c. Quelle est la limite de (U_n) ?

Bon Travail