Durée de l'épreuve : 2H

Devoir de synthèse n°1

Classe : 3ST

Prof: Dhaouadi Nejib

Exercice n°1 (4 points)

Voir la page n°3

Exercice n°2 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $\begin{cases} f(x) = x^2 - x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = -\dfrac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 1.

2) a) Montrer que f est dérivable en 1.

b) Donner une équation cartésienne de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.

Soit g la fonction définie $g(x) = \sqrt{x+1}$

Sa courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée en annexe (voir page 4)

a) Donner le domaine de définition de g.

b) Etudier la dérivabilité de g à droite en -1 et tracer la demi tangente correspondante (Voir page 4).

c) Montrer que g est dérivable en 0 et donner une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

Construire cette tangente (voir page 4).

Exercice n°3 (4 points)

Montrer les égalités suivantes:

a) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$

b) $\dfrac{\sin 2x}{\sin x} - \dfrac{\cos 2x}{\cos x} = \dfrac{1}{\cos x}$

c) $\dfrac{\sin 2x}{\cos x} + \dfrac{\cos 2x}{\sin x} = \dfrac{1}{\sin x}$

Exercice n°4 (6 points)

Soit f *la fonction définie sur par :* $f(x) = \dfrac{\cos 2x - 5\cos x + 3}{\cos x - 2}$.

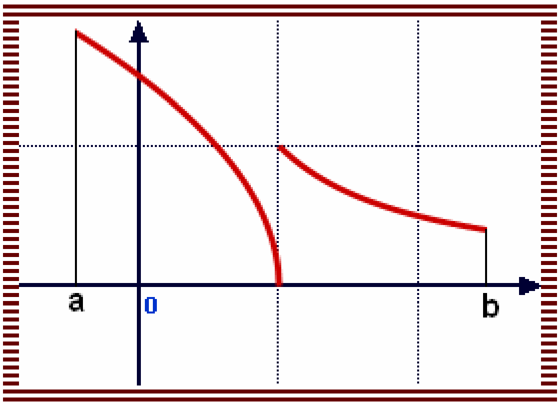
1) *Montrer que* f *est définie sur* $\mathbb{R}$
2) *Vérifier que pour tout réel* x *,* $\cos 2x - 5\cos x + 3 = 2\cos^2 x - 5\cos x + 2$.
3) *Factoriser l'expression* $2X^2 - 5X + 2$
4) *En déduire que pour tout réel* $x \in \mathbb{R}$*,* $f(x) = 2\cos x - 1$
5) *Calculer* $f(\pi)$, $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$, $f\left(\dfrac{119\pi}{6}\right)$ *et* $f\left(-\dfrac{125\pi}{3}\right)$.
6) *Résoudre, dans* $\mathbb{R}$*, l'équation* $f(x) = 0$

Nom et prénom ....

Dans chacun des cas suivants on donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur un intervalle $[a,b]$.

Répondre par vrai ou faux.

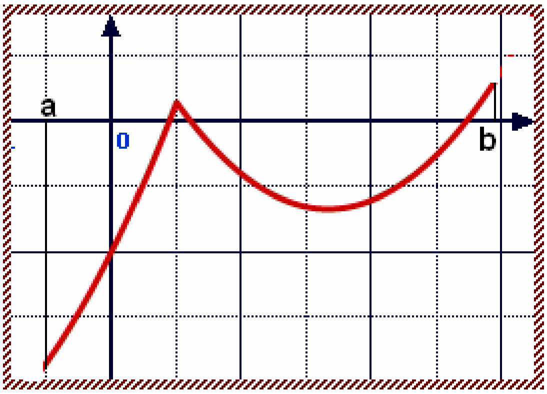
a)



f *est continue et non dérivable sur* $[a,b]$

☐ *Vrai* ☐ *faux*

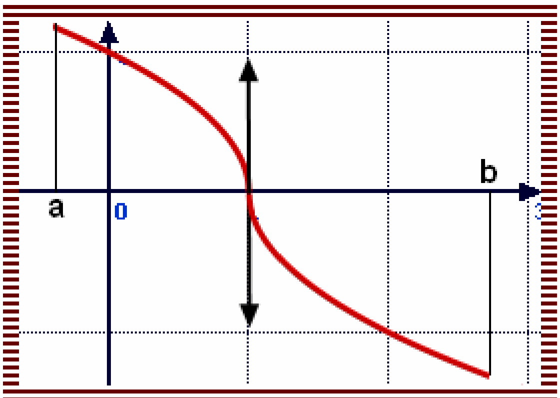
b)



f *est continue et non dérivable sur* $[a,b]$

☐ *Vrai* ☐ *faux*

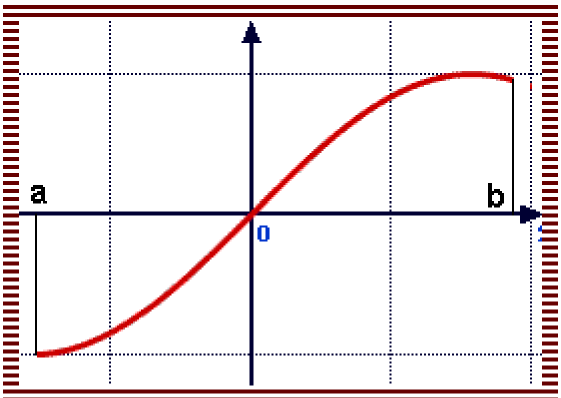
b)



f *est continue et dérivable sur* $[a,b]$

☐ *Vrai* ☐ *faux*

d)



f *est continue et dérivable sur* $[a,b]$

☐ *Vrai* ☐ *faux*

Représentation graphique de la fonction g définie dans l'exercice n°2