LYCÉE FERIANA

HAMDI-M &LTIFI-D

12-11-2009-

DEVOIR DE CONTRÔLE N°1

MATHÉMATIQUES

$4^{ème}$sciences

Durée : 2heures

EXERCICE 1*(3pts)*

Pour chaque question, une et une seule des 3 propositions a, b, et c est exacte. On demande d'indiquer la quelle sans aucune justification.

1) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ***et*** $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=3$ ***alors :***

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} gof(x)=+\infty$ ***b)*** $\lim\limits_{x\to+\infty} gof(x)=3$ ***c)*** $\lim\limits_{x\to+\infty} gof(x)=0$

2) Soit z un nombre complexe vérifiant : $|z|+3\bar{z}=28+24i$ alors la forme algébrique de z est :

a) $z=8+6i$ **b)** $z=6+8i$ **c)** $z=6-8i$

3) on considère la suite u définie sur IN par $u_0=1$ et $u_{n+1}=u_n+(\frac{5}{8})^n$ alors la suite u est :

a) décroissante **b) croissante** **c) ni croissante ni décroissante**

Exercice2(6pts)

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=\sqrt{\dfrac{1+u^2_n}{2}} \end{cases}$ **pour tout n ∈ ℕ**

A- 1) ***Montrer que pour tout n appartient à IN on a : $1\leq u_n$***

2) ***Montrer que pour tout n appartient à IN :*** $u_{n+1}-u_n=\dfrac{1-u^2_n}{2(u_{n+1}+u_n)}$

3) En déduire le sens des variations de (u_n)

4) En déduire alors que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

B- On pose pour tout n ∈ ℕ , $V_n=u^2_n-1$

1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.

2) Exprimer (V_n) et (u_n) en fonction de n.

3) En déduire la limite de la suite (V_n) et la la limite de la suite (u_n)

Exercice3 (4pts)

1) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{1+x^2} - x$

2) Soit f la fonction définie sur IR_+^* par f(x)= $(\sqrt{1+x^2} - x)\sin x$

a- Montrer que pour tout x $\in IR_+^*$ on a f(x) = $\frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}+x}$

b- Montrer que pour tout x $\in IR_+^*$ on a : |f(x)| $\leq \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}$

c- En déduire $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

Exercice 4(7pts)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$ on désigne par A le point d'affixe 2 + 2i

A tout point M d'affixe z≠ 2 + 2i, on associe le point M' d'affixe z' défini par : $z' = \frac{z}{z-2-2i}$

1) a) Déterminer l'ensemble E_1 des points M tel que z' soit imaginaire pur.

b) Déterminer l'ensemble E_2 des points M tel que $|z'|$ =1.

2) a) Montrer que OM' = $\frac{OM}{AM}$

b)En déduire l'ensemble des points M' lorsque M décrit la médiatrice du segment [OA].

3)Résoudre dans C l'équation Z^3 = 2+2i