Devoir de contrôle N°3

Mathématiques **Durée : 2H**

Lycée :Bechri A.S :2013/2014 Classe :4Sc-exp1 Prof :Lahmadi Adel

Exercice N°1 (3 points)

Choisir la bonne réponse. **Une justification est demandée.**

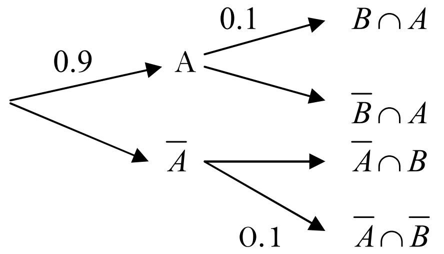
❶ Soit f la fonction définie par $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$, alors $f'(x)$ est égal à

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ b) $\frac{-\ln 3}{3^x}$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^x.\ln 3$

❷ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{4}{5}\right)^x$ est égal à

a) $-\infty$ b) $+\infty$ c) 0

❸ On représente une expérience aléatoire par l'arbre de probabilité ci-dessous.



La probabilité de l'événement A sachant B est égale à

a) 0.09 b) 0.5 c) 0.9

Exercice N°2 (5 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on donne les points $A(1,0,1)$, $B(-1,1,0)$, $C(2,1,0)$ et $I_\alpha(\alpha,-\alpha,\alpha)$

❶ a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

b) En déduire que les points A, B et C définissent un plan **P** dont une équation cartésienne est $y+z-1=0$

❷ a) Vérifier que les points A, B , C et I_α ne sont pas coplanaires.

b) Montrer que le volume du tétraèdre $ABCI_\alpha$ est indépendant de α .

❸ Soit S_α la sphère de centre I_α et tangent au plan **P** au point H_α .

a) Déterminer les coordonnées du point H_α .

b) Soit Δ l'ensemble des points H_α lorsque α décrit IR.Déterminer la nature de Δ .

EXERCICE N°3 (5 points)

Les 300 personnes travaillant dans un immeuble de bureaux de trois niveaux ont répondu Aux deux questions suivantes :

- ❖ A quel niveau est votre bureau ?
- ❖ Empruntez-vous l'ascenseur ou l'escalier pour vous y rendre ?

Voici les réponses :

- 225 personnes utilisent l'ascenseur et, parmi celles- ci , 50 vont au 1er niveau, 75 vont au 2^{e} niveau et 100 vont au 3^{e} niveau.
- Les autres personnes utilisent l'escalier et, parmi celles-ci , **un tiers** va au 2^{e} niveau, les autres vont au 1er niveau.

On choisit au hasard une personne de cette population.
On pourra considérer les événements suivants :
N_1 : « La personne va au premier niveau »
N_2 : «La personne va au deuxième niveau »
N_3 : « La personne va au troisième niveau »
E : « La personne emprunte l'escalier ».

❶ Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

❷ a) Montrer que la probabilité que la personne aille au 2^{e} niveau par l'escalier est $\frac{1}{12}$

b) Montrer que les événements N_1 , N_2 et N_3 sont équiprobables.

c) Déterminer la probabilité que la personne emprunte l'escalier sachant qu'elle va au 2^{e} niveau.

❸ Soit n un entier inférieur ou égal à 300. On interroge désormais n personnes de cette population .On suppose que leurs réponses sont indépendantes les unes des autres.

a) Justifier que la probabilité de l'événement « au moins une personne va 2^{e} niveau » est égale à $1-\left(\frac{2}{3}\right)^n$

b) Déterminer le plus petit entier n strictement positif tel que la probabilité de L'événement « au moins une personne va 2^{e} niveau » soit supérieure ou égale à 0.998

EXERCICE N°4 (7 points)

Dans l'annexe ci-jointe, on a représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe **C** De la fonction logarithme népérien « Ln » ainsi que la courbe **Cf** de la fonction f Définie sur IR par $f(x)=xe^{-x+2}$

❶ a) Placer les points de **C** d'abscisses e et $\sqrt{e}$.

b) Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variation de f .

❷ On considère la fonction g définie sur $[1;+\infty[$ par $g(x)=\ln(x)-f(x)$

a) Montrer que g est strictement croissante sur $[1;+\infty[$

b) Dresser le tableau de variation de g .

❸ a) Montrer que l'équation : $\ln(x) = f(x)$ admet une unique solution α dans $[1;+\infty[$ et vérifier que $3 < \alpha < 3.1$

b) En déduire le signe de g sur $[1;+\infty[$.

c) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{g(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

❹ Tracer la courbe Cg de la fonction g.

Bon Travail

Annexe a compléter et à rendre avec la copie

Nom et prénom :.. N° ....