Epreuve

Mathématiques

Durée : 2H

Devoir de contrôle n°2

Classe : 4ème ScExp

Fevrier 2014

Professeur

Dhaouadi Nejib

Exercice 1

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question, la lettre correspondante à la réponse choisie et la justification de cette réponse.

Soit $ABCDEFGH$ un cube tel que $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$ est un repère orthonormé direct de l'espace.

1) Le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH}$ est égal à :

a) 1 b) 0 c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

2) Le vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est égal à :

a) $\overrightarrow{AH}$ b) $\overrightarrow{AE}$ c) $\vec{0}$

3) La distance du point A à la droite (FH) est égale à :

a) $\sqrt{2}$ b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ par : $f(x) = \dfrac{1}{1+\sin x}$.

1) a) Etudier les variations de f.

b) Montrer que f réalise une bijection de $\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ sur un intervalle I que l'on précisera.

c) Déterminer $f^{-1}(1)$, $f^{-1}\left(2+\sqrt{2}\right)$ et $f^{-1}\left(4-2\sqrt{3}\right)$.

2) a) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $I \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ et on a :

Pour tout $x \in I \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$; $\left(f^{-1}\right)'(x) = \dfrac{-1}{x\sqrt{2x-1}}$.

b) Etudier la dérivabilité de f^{-1} à droite en $\dfrac{1}{2}$.

Exercice 3

Soit $ABCDEFGH$ un cube d'arête 1.

La droite (BH) coupe le plan (ACF) en O.

l'espace est rapporté au repère orthonormé directe $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1) Déterminer les coordonnées des points B, C, D, E, F, G et H.

2) a) Calculer $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AF}$

b) En déduire que la droite (BH) et perpendiculaire au plan (ACF).

3) a) Déterminer le vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AF}$ et puis le volume du tétraèdre $ABCF$.

b) En déduire la distance OB.

4) Soit M un point variable sur le segment $[BH]$ distinct de O.

On pose $\overrightarrow{BM} = \alpha\overrightarrow{BH}$ où $\alpha \in [0,1]$.

a) Déterminer, en fonction de α, le volume du tétraèdre $AMCF$.

b) En déduire la position du point M pour laquelle le volume du tétraèdre $AMCF$ est le tiers de celui du cube $ABCDEFGH$.