

EXERCICE 1(3pts)

Pour chaque question, **une et une seule** des 3 propositions a, b, et c est exacte. On demande d'indiquer la quelle sans aucune justification.

1) Soit $f(x) = \frac{2x^3-1}{x^4}$, $x \in]0, +\infty[$ la primitive de f qui s'annule en 1 est :

a) $F(x) = \frac{x^8-2x}{x}$

b) $F(x) = \frac{x^8-1}{x}$

c) $F(x) = \frac{x^8-2x+1}{x}$

2) soit $f(x) = 2\sin x - 1$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ on admet que f est une bijection de $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ sur $]-3, 1[$ la fonction f^{-1} est dérivable sur $]-3, 1[$

a) $(f^{-1})' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $(f^{-1})' = \frac{1}{\sqrt{x^2+x-3}}$

c) $(f^{-1})' = \frac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}}$

3) soit $P : x-y+2z-4=0$ et la droite $D = \left(\vec{u} \begin{pmatrix} m \\ 2+m \\ 1 \end{pmatrix}, A(1,1,2) \right)$ pour tout réels m on a :

a) $D \cap P = \emptyset$

b) $D \subset P$

c) D et P sécante

Exercice2

soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Unité graphique 1cm)

1) montrer que f est une fonction impaire.

2) a) dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

b) montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.

3) a) montrer que la droite $D : y = x+2$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $(+\infty)$

b) montrer que la droite $D' : y = x-2$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $(-\infty)$

4) a) étudier la position de (C_f) et la droite $\Delta : y=x$.

b) donner l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point $O(0,0)$

c) tracer D, D', Δ, T et (C_f).

5) calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par (C_f), la droite Δ et les droites d'équations $x=0$ et $x=2$

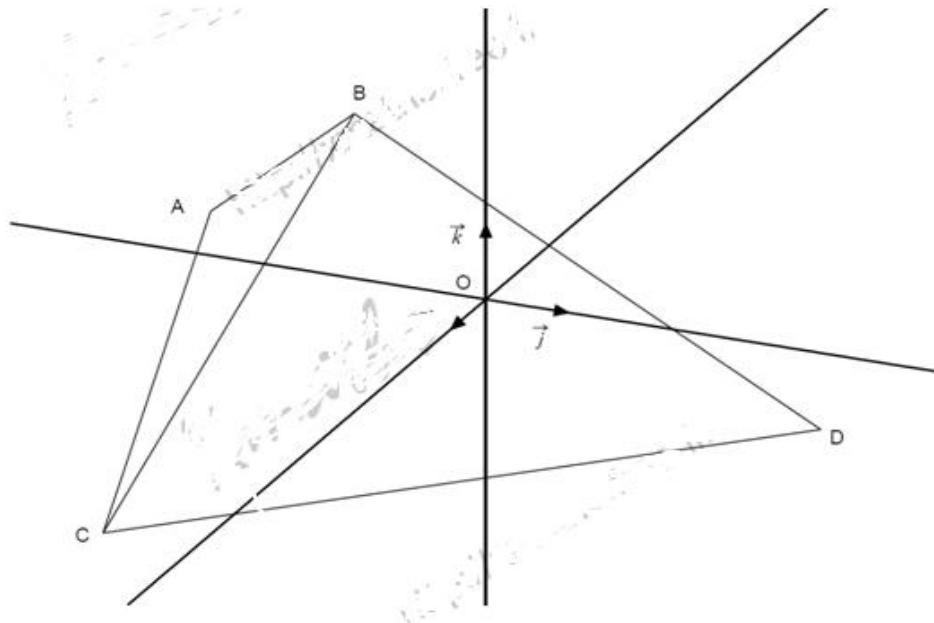
6) a) tracer ($C_{f^{-1}}$) courbe représentative de f^{-1} dans le même repère.

b) Calculer l'aire du domaine du plan limitée par (C_f), ($C_{f^{-1}}$) et les droites d'équations $x=0$ et $x=2$.

Exercice N°3

L'espace est rapporté à un repère *orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soient les points

$A(3, -2, 2)$; $B(6, 1, 5)$ et $C(6, -2, -1)$



partie

Partie A

- 1) montrer que le triangle ABC est rectangle.
- 2) soit P le plan d'équation cartésienne $x+y+z-3=0$
Montrer que P est orthogonal à la droite (AB) et passant par le point A.
- 3) soit Q le plan orthogonal à la droite (AC) et passant par le point A.
Déterminer une équation cartésienne de Q.
- 4) Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\Delta = P \cap Q$.

Partie B

- 1) soit D le point de coordonnées $(0, 4, -1)$. Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).
- 2) calculer le volume du tétraèdre ABDC.
- 3) montrer que l'angle géométrique $\widehat{BDC} = \frac{\pi}{4}$
- 4) a) calculer l'aire du triangle BDC.
b) en déduire la distance du point A au plan (BDC)

Exercice 4

l'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Soit $S = \{M(x, y, z) \in \xi : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0\}$.

1) Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre C et le rayon R .

2) Soit P le plan dont une équation cartésienne est : $x - 2y + 2z + 2 = 0$

a) Montrer que l'intersection de la sphère S et le plan P est un cercle ξ .

b) Déterminer les coordonnées du centre A et le rayon r du cercle ξ .

3) Soit $M(a, b, -1)$ un point de la sphère S où a et b sont deux réels et Q le plan dont une équation cartésienne est : $(a-1)x + (b+2)y + z - a + 2b + 3 = 0$.

a) Montrer que M appartient au plan Q .

b) Montrer que S et Q sont tangents en M .

Exercice 5

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé ; f une fonction continue sur $]-1, +\infty[$; F la primitive de f sur $]-1, +\infty[$, $F(2) = 3$, $F(0) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 5$

La courbe (C_f) ci-après représente la fonction f

1) Montrer que f réalise une bijection $]-1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

2) (C') la courbe représentative de f^{-1} : fonction réciproque de f . calculer A l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) et (C')

3) A_λ l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) ; $x = 2$, $x = \lambda$ et $y = 3$ avec $\lambda > 2$

a) Déterminer $F(\lambda)$ pour que $A = A_\lambda$.

b) calculer limite de A_λ quand λ tend vers $+\infty$

WWW.SIGMATHS.TK